

TASA DE ERUPCION Y ANALISIS ESTADISTICO DE LOS CUADROS ERUPTIVOS DE LOS VOLCANES VILLARRICA, LLAIMA Y TUPUNGATITO.

Miguel Muñoz H.

Departamento de Geofísica. Universidad de Chile.
Casilla 2777. Santiago-Chile.

RESUMEN

A partir de los registros históricos de la actividad eruptiva de los volcanes Villarrica, Llaíma y Tupungatito se describen curvas de la función número de supervivencia y de tasa de erupción ϕ , siendo esta última una cantidad relacionada con la probabilidad de erupción casi inmediata luego de determinado período de reposo de actividad volcánica. Se discute la aplicación de ciertos modelos estocásticos al cuadro que se observa a través del examen de las curvas de tasa de erupción, que llevaría en los casos menos complejos a la definición de volcanes tipo Poisson y volcanes tipo Poisson con varios estados intermedios. Se tocan también cuestiones inherentes a procesos de recarga y a la existencia de cámaras magmáticas secundarias cercanas a la superficie que recibirían suministro irregular de magma desde una cámara más profunda.

Para el análisis estadístico del cuadro eruptivo de cada uno de los volcanes, estudiados se considera la actividad observable como una serie de eventos puntuales que es investigada primeramente para saber si cumple requisitos de estacionariedad. Para este fin se trazan gráficos del número acumulativo de erupciones en el tiempo de observación y se estudia la distribución de una variable U , que se considera como una prueba óptima contra un proceso no estacionario. No hallándose tendencia notable en los datos, las series son probadas para indagar correlación entre sucesivos intervalos entre erupciones. Siendo insignificantes los coeficientes de correlación serial obtenidos, al nivel de 5% considerado, se establece que la actividad observable de los volcanes Villarrica, Llaíma y Tupungatito puede ser puesta en equivalencia con procesos de renovación. Avanzando siempre en la dirección de restricciones más fuertes, se investiga la posibilidad de descripción mediante un proceso de Poisson. Diversas pruebas son efectuadas: el cálculo de los momentos estadísticos de los intervalos entre erupciones, los gráficos del logaritmo de una función empírica de supervivencia y las pruebas basadas en las estadísticas no paramétricas unilateral y bilateral de Kolmogorov-Smirnov y de Anderson-Darling, permiten la aceptación de la hipótesis de Poisson al nivel de 5% de significación en todos los casos considerados.

ABSTRACT

ERUPTION RATE AND STATISTICAL ANALYSIS OF THE ERUPTION PATTERNS
OF VILLARRICA, LLAIMA AND TUPUNGATITO CHILEAN VOLCANOES

The historical records of eruptive activity of Villarrica, Llaïma and Tupungatito are used to describe curves of the survival number function and the eruption rate ϕ , this last one being a quantity related to the probability of an almost immediate eruption after a given repose period in the volcanic activity. The application of some stochastic models to the patterns that result from the examination of the eruption rate curves is discussed; in the less complex cases this should lead to the definition of Poisson type volcanoes and Poisson volcanoes with several intermediate states. Some insight is made about questions inherent to loading processes and to the existence of near surface secondary magma chambers to which magma is supplied from a deeper system.

The statistical analysis of the eruption patterns describing the activity of Villarrica, Llaïma and Tupungatito is made by considering the observable activity as a series of point events that is studied firstly to ascertain if it satisfies stationary requests. For this purpose, graphics are drawn of the cumulative number of eruptions over time and the distribution of a variable U considered as an optimum test against a non-stationary process is investigated. As no significant trend is found in the data, series are tested to know if correlation exists between successive intervals between eruptions. At the 5% level considered, the serial correlation coefficients obtained are not significant and so it is established that the observable activity of Villarrica, Llaïma and Tupungatito volcanoes may be put in equivalence with a renewal process. Going forward in the search of more restricting descriptions, the possibility of equivalence with a Poisson process is investigated. Several tests are carried out; the computation of the statistical moments of the intervals between eruptions, the log of the empirical survivor function and tests based on distribution-free statistics as the one-sided and two-sided Kolmogorov-Smirnov statistics and the Anderson-Darling statistics, point out the acceptance of the Poisson hypothesis at the 5% significance level for all three volcanoes studied.

INTRODUCCION.-

El análisis del cuadro eruptivo de volcanes es una cuestión que presenta numerosas dificultades relacionadas tanto con el fenómeno que significan las complejas interacciones que dan como resultado la manifestación eruptiva, como también con el registro histórico siempre incompleto de esas manifestaciones. Lo último se hace aun más gravoso en el caso de volcanes de América, donde, en general, los registros históricos son más cortos que en otros continentes.

La búsqueda de modelos estocásticos que se ajustan al cuadro eruptivo de algunos volcanes chilenos y el análisis estadístico de la actividad observable en ese cuadro, está pues limitada por diversas fronteras de conocimiento básico y de información empírica. El estudio que se emprende con el

presente análisis es por lo tanto necesariamente aproximativo, pero que entendido según las asunciones fundamentales en que tiene origen puede entregar puntos de apoyo para las investigaciones que desde distintos ámbitos de la física de la Tierra se le conecten. Es también, claro está, punto de partida para un análisis exhaustivo en la dirección de búsqueda de modelos de cuadros eruptivos que se inserte como éste en el terreno de fronteras críticas pero ineludibles.

Fuentes de Información.-

La información sobre la actividad eruptiva de los volcanes Villarrica, Llaima y Tupungatito, analizada en el presente trabajo, proviene principalmente de recopilaciones realizadas por Casertano (1963) y de publicaciones del Bulletin of Volcanic Eruptions (International Association of Volcanology). Información adicional ha sido obtenida del Informativo N° 1 del Servicio Volcanológico del Departamento de Geofísica, Universidad de Chile, preparado por González-Ferrán (1980) y de consultas hechas en periódicos de la época que entregan diversas opiniones de la actividad eruptiva. En Casertano (1963) y González-Ferrán (1972) se hallan también las referencias originales sobre la actividad de los volcanes chilenos.

En el Apéndice se dan las fechas de iniciación de actividad eruptiva en cada uno de los volcanes mencionados, comenzando desde un cierto año cuando la información se hizo más constante y fidedigna.

1. Consideraciones básicas.-

Es necesario hacer varias consideraciones en torno a lo denominado como manifestación eruptiva en cuanto a las variables físicas determinantes y a su caracterización como fenómeno apto a ser tratado mediante el análisis estadístico como serie de eventos puntuales. Esta caracterización sitúa a las erupciones y períodos de reposo de los volcanes en el espacio de la teoría de procesos de renovación ampliamente tratada por Cox y Lewis (1966) a cuyos resultados se recurrirá aquí extensamente.

Son numerosos los factores que interactúan en el proceso de la erupción y una separación genérica de ellos parece poco aceptable; factores como

movimientos tectónicos en o alrededor de la estructura volcánica y grados de saturación en gas del magma son también mutuamente dependientes, acentuando esto la complejidad del mecanismo determinante de la erupción. Wickman (1966a) presenta varias asunciones referidas al fenómeno eruptivo y los períodos de reposo entre erupciones que hacen posible su tratamiento como proceso de renovación:

1a. Las erupciones y los períodos de reposo están definidos en el tiempo. En general, es más difícil decidir el momento de término de una erupción y el comienzo de un período de reposo que viceversa; cuando el período de reposo se extiende muchos años y la erupción dura sólo algunos días o a lo más un par de meses, la erupción completa puede ser tomada aproximadamente como un evento puntual. La actividad persistente de muchos volcanes durante largos períodos es incluida en el período de reposo; esto causa dificultades de interpretación, ya que en ciertos casos no se sabe si el aumento de actividad volcánica tiene que ser incluido en el cuadro de actividad persistente o si constituye en verdad una erupción.

Aunque esta primera asunción no está en conflicto con los hechos volcánológicos básicos, ella se maneja en lo empírico con numerosas imprecisiones, relacionadas en gran parte con fechas incompletas referidas en los registros históricos y con datos entregados por observadores sin experiencia.

El momento en que termina un período de reposo comenzando una erupción será denominado *tiempo de erupción* t .

2a. El tiempo de erupción t es una variable al azar no-negativa que posee una distribución absolutamente continua en el rango $(0, \infty)$ determinada por una función de densidad de probabilidad $f(t)$ donde $f(t)=0$ si t es negativo.

Es discutible la cuestión de igualdad entre las funciones de densidad de probabilidad de los tiempos de erupción t_1, t_2, \dots de un mismo volcán, ya que éste puede ser considerado raramente como un producto uniforme entre erupciones sucesivas. El estado de bloqueo de la chimenea volcánica puede variar luego de cada erupción y nuevos eventos serán dependientes de la resistencia que opone ese bloqueo; por otra parte, hay volcanes cuyas chimeneas se hallan libres durante largos períodos y otros en que se presentan períodos de bloqueo y períodos de chimenea abierta. Es preferible entonces, asumir que una erupción puede ocurrir bajo diferentes estados y que la probabilidad de un determinado tipo de erupción varía de estado en estado.

3a. La situación de un volcán durante un período de reposo puede ser descrita por n estados E_1, E_2, \dots, E_n donde E_i ocurre con la probabilidad $\pi_i(t)$, siendo $\pi_1 + \pi_2 + \dots + \pi_n = 1$.

Esta asunción asume por simplicidad un número finito de estados; sólo la experiencia de casos reales podrá decidir si su aplicación permite la descripción del comportamiento de un volcán en modo satisfactorio.

4a. Bajo un estado E_i sólo un número k limitado de tipos de erupción puede ocurrir.

5a. Los tiempos de erupción pertenecientes a cada tipo de erupciones ocurrentes en un estado tienen igual función de densidad de probabilidad. Esta asunción puede ser considerada como un corolario de los dos anteriores.

No se hacen consideraciones acerca de la dependencia o independencia mutua entre diferentes tipos de erupción correspondientes a un estado; el problema equivalente en procesos de renovación muestra que no es posible, a partir sólo de la observación de la duración de los períodos de reposo y de la clase de causa inmediata de la erupción, poder discernir sobre la mutua dependencia o independencia de las variables al azar u_1, u_2 . En volcanología es muy raro conocer la causa de una erupción específica. La mayoría de los registros no cuentan con detalles relevantes de las erupciones y muy pocos volcanes están constantemente bajo observación científica. El tiempo de erupción t de un estado E_i es entonces $t = \min(u_1, u_2, \dots, u_k)$ donde u_j denota el tiempo de erupción que sería observado si en E_i todos los tipos de erupción con excepción del j -ésimo fuesen suprimidos.

6a. Los diferentes estados son mutuamente independientes. Esta asunción puede establecerse ya que no es obvia la razón por la cual podría ser fuerte la influencia que períodos de reposo ocurrentes en estados diferentes tuviera en los tiempos de erupción t_v, t_{v+1} remitidos a esos períodos.

Los estados a ser considerados y los factores que pueden servir como criterio para discriminar entre ellos es una cuestión fundamental en el tratamiento de registros volcánicos. En relación a esto, la definición de *efectos de memoria* es importante; para el caso de volcanes no se hablará de tales efectos cuando, por ejemplo, luego de algunos días de erupción hay un día de reposo, iniciándose luego una nueva fase eruptiva (tal caso será clasificado como una única erupción con un período calmo entre los paroxismos). Los efectos de memoria, en cambio, serán referidos a períodos más largos, de por lo menos un mes y hasta de miles de años.

Los efectos de memoria pueden ser de dos clases en cuanto a disminuir o aumentar la probabilidad de nuevas erupciones. Si hay indicios de un efecto

de memoria, es necesario investigar cuán lejos se remonta, es decir, si sólo la última erupción y el tiempo transcurrido desde ella deben ser considerados, o si también sucesos anteriores han de ser tomados en cuenta. La ausencia o presencia de efectos de memoria en el cuadro de períodos de reposo puede entonces ser descrita como un proceso de Poisson simple, un proceso de Markov o un proceso no-de-Markov.

2. Los volcanes Villarrica, Llaima y Tupungatito.-

El volcán Villarrica está situado en el extremo oeste de la Cordillera de Los Andes a los $39^{\circ}25'$ de latitud Sur y $71^{\circ}57'$ longitud Oeste (centro principal), es decir, en el límite de las provincias de Valdivia y Cautín. Forma parte de una cadena volcánica que se inicia en el volcán Lanín, situado al sureste, en el límite con Argentina. La cadena volcánica está controlada por un sistema de fracturas de rumbo noroeste-sureste, cuya actividad volcánica ha ido migrando en el tiempo desde el sureste al noroeste, siendo el volcán Villarrica el único centro activo actualmente. El volcán Villarrica es un estrato-volcán con un gran *somma* desplazado hacia el sureste. El cono activo principal está rodeado por varios conos piroclásticos. Una fractura reciente se puede distinguir a ambos lados del *somma*; actualmente el cráter principal está bloqueado. En los ciclos eruptivos del Villarrica hay abundantes efusiones lávicas muy fluídas y material piroclástico de composición andesítica-basáltica, tanto a través del cráter central como desde fracturas de rumbo principalmente noreste-suroeste del cono principal (González-Ferrán y Käusel, 1980). Aunque las crónicas señalan erupciones ocurridas en 1558, 1640 y 1775, en este estudio se usará el registro a partir de la erupción de 1806. Es sólo a partir de los últimos 50 años cuando se han precisado más las observaciones sobre los ciclos eruptivos del Villarrica, siendo la información de la actividad volcánica entre los siglos XVI y XVIII muy poco fidedigna e inconstante.

El volcán Llaima es un estrato-volcán situado al este de Temuco, con centro principal a los $38^{\circ}42'$ de latitud Sur y $71^{\circ}42'$ longitud Oeste. El Llaima tiene actividad fumarólica en su cráter principal que se encuentra rodeado por numerosos conos piroclásticos. La actividad está controlada por sistemas de fractura de rumbo N 140° E y N 15° E. La erupción de 1640 relacionada en las crónicas al volcán Villarrica, quizás deba ser atribuida al Llaima. En este estudio se consideran las erupciones a partir del año 1852.

El volcán Tupungatito es un estrato-volcán situado a $33^{\circ}24'$ de latitud Sur y $69^{\circ}48'$ de longitud Oeste. Está formado sobre una unidad volcánica

más antigua, el volcán Tupungato, y presenta una forma cónica bien definida, con una profunda depresión en su cumbre y un cráter en su centro. Las coladas andesíticas que componen su estructura volcánica son frescas y poco escindidas por la erosión. El volcanismo es controlado por un sistema de fractura y falla N-S. En este estudio se utiliza el registro de actividad que comienza con la erupción de 1829. El volcán Tupungatito presenta una actividad persistente fumarólica muy acentuada.

Mayores antecedentes sobre estos volcanes pueden consultarse en Casertano, (1963), Thiele y Katsui (1969) y González-Ferrán (1972). Se hacen allí, también, referencias bibliográficas antiguas.

3. La función de tasa de erupción.

Se hará uso de algunas definiciones de funciones relativas al comportamiento de los volcanes dadas por Wickman (1966a), basadas en conceptos de la teoría de renovación.

En el apartado (1) se introdujo el concepto de tiempo de erupción y se denominó $f(t)$ su función de densidad de probabilidad. Se definirán ahora dos funciones equivalentes a $f(t)$, que parecen ser más adecuadas para los propósitos que aquí se sostienen.

La función $F(\lambda)$ es la probabilidad de que un período de reposo no haya terminado en el tiempo X , es decir, es igual a la probabilidad total de erupciones ocurrientes en $t > X$:

$$F(X) = \text{prob}(t > X) = \int_X^{\infty} f(v) dv$$

$F(X)$ es una función no creciente de X con $F(0) = 1$ y $F(\infty) = 0$

La función de la que se hará mayor uso es la *función de tasa de erupción* $\phi(X)$. Si se considera un período de reposo que no haya terminado en el tiempo X , $\phi(X)$ será el límite de la razón a ΔX de la probabilidad de erupción en $(X, X + \Delta X)$.

$$\phi(X) = \lim_{\Delta X \rightarrow 0^+} \frac{\text{prob}(X < t < X + \Delta X \ / \ t > X)}{\Delta X}$$

Se puede demostrar que:

$$\phi(X) = \frac{f(X)}{F(X)} = - \frac{F'(X)}{F(X)} = - \frac{d}{dX} \ln F(X)$$

Las funciones $f(X)$, $F(X)$ y $\phi(X)$ son matemáticamente equivalentes.

Para la construcción gráfica de la función de tasa de erupción $\phi(X)$ se define el número de supervivencia N como:

$$N(X) = N_0 F(X)$$

donde N_0 es el número total de períodos de reposo del volcán durante el período en estudio. La tasa de erupción resulta entonces de:

$$\frac{d}{dX} \{\ln N(X)\} = \frac{d}{dX} \{\ln F(X)\} = - \phi(X)$$

En las Figs. 1, 2 y 3 se presentan la función $N(X)$ y la tasa de erupción $\phi(X)$ según la duración observada de los períodos de reposo (X) de los volcanes Villarrica, Llaima y Tupungatito, respectivamente. La tasa de erupción está expresada, en todos los casos, en (10^{-3} mes $^{-1}$).

El trazado de $N(X)$ a partir de la función escalón de número de supervivencia es algo versátil. Asimismo, la función escalón es sólo aproximada, ya que en los registros mientras a veces se cuenta con el día, mes y año de la erupción, otras veces sólo se conoce el año; en el caso último, se ha situado la erupción a mitad del año, el 1° de Julio.

La construcción de $\phi(X)$ es, por lo tanto, aproximativa. En el caso del volcán Villarrica (Fig. 1), se han trazado dos curvas para la función $N(X)$, persiguiéndose mediante la curva (1) el carácter de linealidad del trazado logarítmico de $N(X)$.

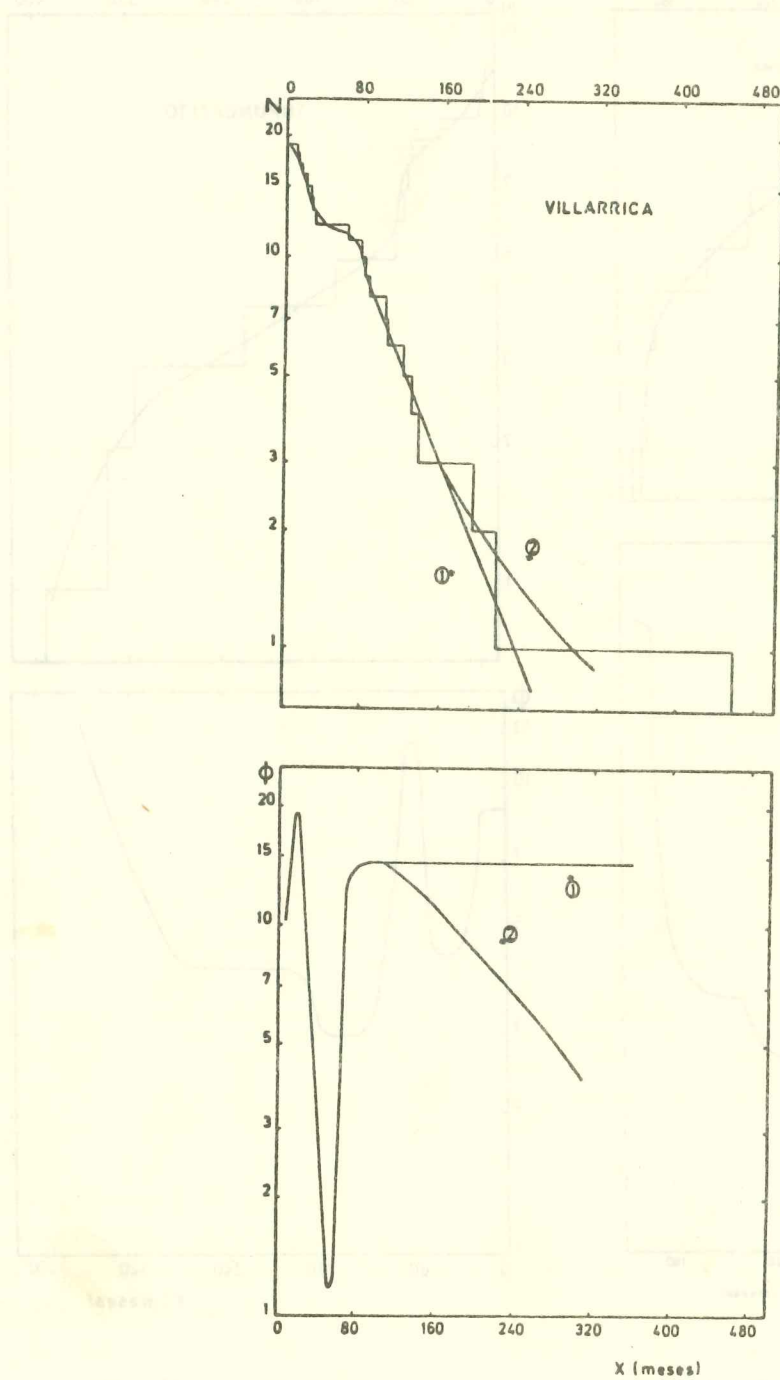


Fig. 1 Función N de número de supervivencia y tasa de erupción ϕ [10^{-8} mes $^{-1}$] del volcán Villarrica.

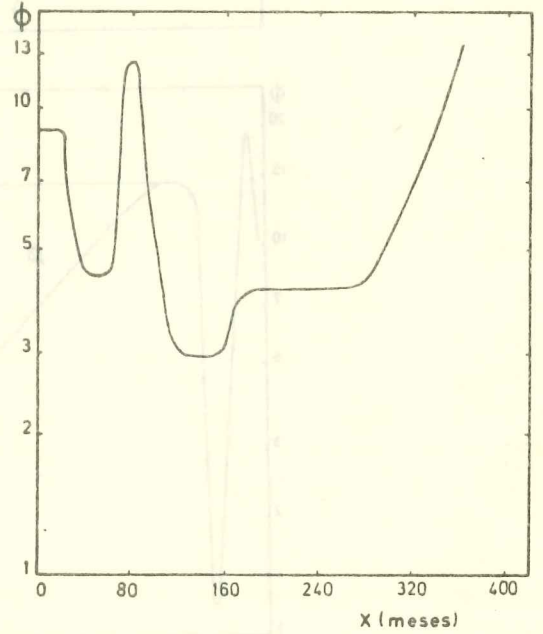
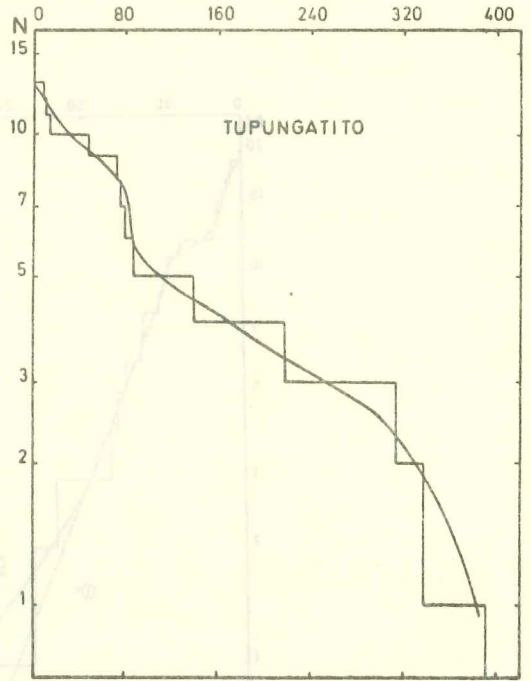
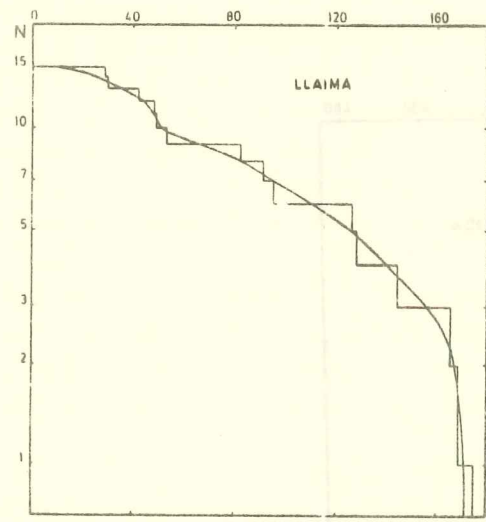


Fig. 2 Función N de número de supervivencia y tasa de erupción ϕ [10^{-3}mes^{-1}] del volcán Llaíma.

Fig. 3 Función N de número de supervivencia y tasa de erupción ϕ [10^{-3}mes^{-1}] del volcán Tupungatito.

La versatilidad del trazado de $N(X)$ puede llegar a cuadros muy diversos de la tasa de erupción $\phi(X)$. Así, si no se considera por el momento la parte común de las curvas (1) y (2), ellas llevan a interpretaciones físicas del comportamiento del volcán Villarrica completamente diferentes. La curva (1), señala en el rango considerado, una tasa de erupción constante de aproximadamente $14.5 \times 10^{-3} \text{ mes}^{-1}$, significando la equivalencia con un proceso de Poisson simple. Según lo dicho en el apartado (1), una tasa constante de erupción concordaría con la ausencia de efectos de memoria; el volcán Villarrica sería, entonces, un volcán *carente de memoria*. En los *volcanes de Poisson simple* la función de supervivencia $F(X)$ es la función exponencial negativa y si la duración de las erupciones puede ser despreciada en comparación con la de los períodos de reposo, la probabilidad de n erupciones en un período de tiempo de duración t , está dada por:

$$P_n = \frac{(\phi t)^n}{n!} \exp(-\phi t)$$

La elección de una parte de la curva de $\phi(X)$, se ha realizado más bien para mostrar lo que se llamará volcán de Poisson simple. El volcán Villarrica, según indican las curvas de la Fig. 1, no puede ser considerado un volcán de tal tipo, bastando para ello la observación completa de cualquiera de las curvas de $\phi(X)$.

El carácter oscilatorio de la parte común de las curvas (1) y (2), es el de un cuadro muy complejo de la función de tasa de la erupción. Es posible que registros cortos y/o no fidedignos causen este cuadro complejo, que también puede ser inducido por la versatilidad en el trazado de $N(X)$. Sin embargo, es interesante hacer todavía algunos comentarios con respecto a la forma más general de $\phi(X)$. Si se considera la curva (1) desde $X > 60$, y no solamente la parte lineal donde se separa de la curva (2), la parte ascendente de $\phi(X)$ desde pequeños períodos de reposo (erupción reciente) a períodos más largos, significa que, habiendo una erupción, es menos probable que se produzca otra en el futuro próximo a esa. Según señala Wickman (1966e), tales características en la curva de tasa de erupción se presentan en volcanes que requieren un *tiempo de recarga*, debido a que después de grandes erupciones los conductos, y quizás también los reservorios más superficiales de magma, son parcialmente vaciados. Por otra parte, un comportamiento similar se esperaría en volcanes cuyo cráter resta bloqueado luego de cada erupción, generándose entonces una resistencia a la salida del magma; al transcurrir el tiempo, es decir, al tenerse períodos de reposo más largos, la presión creciente del gas actuando sobre el tapón volcánico y/o movimientos tectónicos que provoquen su fracturación.

ra, aumentan la probabilidad de un nuevo ciclo eruptivo. Sin embargo, esta explicación no parece ajustarse en toda su extensión al caso de los volcanes estudiados en el presente trabajo, cuyos cráteres están más bien libres entre ciclos eruptivos. En el caso del volcán Villarrica, se observa el bloqueo del cráter sólo a partir de la erupción de 1972, por fracturas que se produjeron a través de él, generándose además puntos de emanación secundarios (González-Ferrán, comunicación personal). Si se acepta, pues, la necesidad de un tiempo de recarga para el volcán Villarrica, en la parte considerada de la curva de $\phi(X)$, éste estaría más bien relacionado con el vaciamiento de conductos y de hipotéticas cámaras magmáticas secundarias; a partir de cierto punto, y si se sigue la curva (1) de $\phi(X)$, la tasa de erupción se haría constante en el tiempo, teniendo ello por base la calidad de lleno de tales conductos y/o cámaras. La curva (2) indicaría, en cambio, que para grandes períodos de reposo entrarían en juego fenómenos de enfriamiento del magma en los conductos y/o cámaras y de migración de gases a través de la roca adyacente, disminuyendo entonces la tasa de erupción.

Cuadros más complejos resultarían de la consideración en conjunto del carácter oscilatorio de $\phi(X)$; sin duda, son muchos los factores que interactúan y que hacen difícil la construcción de un modelo coherente.

Como se puede apreciar en las Figs. 2 y 3, las curvas de $\phi(X)$ de los volcanes Llaïma y Tupungatito muestran características todavía más complejas. Es notable, sin embargo, la similitud en la tendencia más general entre las curvas de ambos volcanes. También debe observarse la gran tasa de erupción de $\phi = 200 \times 10^{-3} \text{ mes}^{-1}$ correspondiente a períodos largos de reposo del volcán Llaïma. Esa tasa de erupción es grande en comparación con las obtenidas para los volcanes Villarrica y Tupungatito y también con respecto a las tasas de erupción de diversos volcanes estudiados por Wickman (1966, b, c, d). Según lo señalado también por Wickman (1966, e), en volcanes poligenéticos con alta tasa de erupción, la cámara magmática no es necesariamente grande, como sí lo es en volcanes con baja tasa de erupción; en estos últimos, tal requerimiento es más fuerte, ya que la cámara magmática debe sobrevivir a fenómenos de enfriamiento y de migración de gases a través de fisuras, por lo que también las paredes de la cámara deben presentar características apropiadas de impermeabilidad. La extensión de estas disgresiones al caso de los volcanes estudiados, en especial al volcán Llaïma, está limitada principalmente por la forma compleja que presenta la curva de tasa de erupción, donde valores altos se alcanzan abruptamente y no constituyen una constante de comportamiento.

Es interesante preguntarse si la forma escalonada y con saltos bruscos que presentan las curvas de $\phi(X)$ de los volcanes Llaïma y Tupungatito, puede situarlos, de algún modo, en equivalencia con un proceso de Poisson con va

rios estados intermedios. En volcanes tipo Poisson con varios estados intermedios, Wickman (1966,e) describe el comportamiento de interacción entre cámaras magmáticas situadas a distinta profundidad, donde la cámara secundaria, más cercana a la superficie, recibe aporte de magma a intervalos irregulares desde una cámara primaria de tipo Poisson con tasa de erupción λ ; la tasa de erupción de la cámara magmática secundaria tiene, por otra parte, una equivalencia con un proceso de tipo Poisson con tasa de erupción ν , donde $\nu > \lambda$, al menos para tiempos pequeños o moderados. Esto último explica el descenso de la tasa de erupción del volcán en cierto rango de duración de períodos de reposo. Para la construcción de modelos es necesario, además, considerar un parámetro μ relacionado con la probabilidad de extinción de la cámara magmática secundaria dentro de la siguiente unidad de tiempo.

La forma de la curva de $\phi(X)$ de los volcanes Llaima y Tupungatito, no es sólo la de un proceso como el anterior. Se observan también intervalos de recarga y la forma escalonada puede indicar la existencia de varios pasos sucesivos hasta la erupción volcánica propia. Es necesario estudiar el cuadro que correspondería a la existencia de más de dos cámaras, incluir un mayor número de parámetros que describan los varios estados, circunscrito esto en la consideración de problemas de transferencia de calor y de enfriamiento del magma.

Es interesante señalar que la descripción hecha por Wickman (1966,e) del volcán Kilauea en Hawái como volcán con dos cámaras magmáticas, según indica el modelo basado en la tasa de erupción, se ajusta a investigaciones previas y posteriores donde la deformación del suelo y la evidencia sísmica sugerían que la mayoría de las erupciones reciben suministro de magma desde un reservorio cercano a la superficie (3 - 5 Km) situado bajo la caldera del volcán (Eaton (1962); Fiske y Kínoshita (1969)). Los estudios petroquímicos de Wright y Fiske (1971) han resultado también en la evidencia de que son ciertas cámaras magmáticas, alimentadas desde una en profundidad, las responsables de las erupciones en superficie, y que éstas raramente se deben al suministro directo de magma desde la cámara primaria en profundidad.

La cuestión anterior, de existencia de cámaras magmáticas cercanas a la superficie, puede ser de gran interés para la prospección de recursos geotermales y ha sido discutida por el autor en una nota previa (Muñoz, 1980).

4. Análisis estadístico de erupciones como serie de eventos puntuales.

El tratamiento de fenómenos eruptivos como procesos puntuales recurrentes en el tiempo continuo, unidimensional, está sujeto a varias aproximaciones que quizás sobresimplifiquen el problema. Sin embargo, puede proporcionar algunos elementos de complementación y corroboración en estudios de esta especie.

De igual manera que en el apartado (3), X_i designará duración de períodos de reposo, siendo X_i el período de reposo luego de la erupción- i . La duración total del período considerado en el análisis será designada por T_i , tiempo durante el cual n erupciones son observadas. El tiempo en que se produce la erupción- i , será designado por T_i :

$$0 < T_1 < T_2 < \dots < T_n$$

Debe tenerse en cuenta que, en general, para los fenómenos eruptivos no se cumple la igualdad:

$$T_i = \sum_{j=0}^{i-1} X_j$$

donde con X_0 se designa el tiempo transcurrido entre el inicio de la serie de observación y la primera erupción considerada, sino que T_i siempre será algo mayor que tal cantidad debido a la realidad física de fenómeno no-puntual, en sentido estricto, de la erupción volcánica. Sin embargo, seguramente, como se indica más adelante, tal desigualdad no es fuente de desviaciones considerables.

En los apartados que siguen se hará uso de resultados de la teoría de análisis estadístico de series de eventos puntuales, como han sido presentados por Cox y Lewis (1966) y por Lewis (1966). Además, puntos de referencia podrán ser tomados en el trabajo de Reymont (1969)

5. Análisis de tendencia.

Como se observó en el apartado (3), la obtención de la tasa de erupción está sujeta a numerosas dificultades, comenzando con el trazado mismo de la función número de supervivencia $N(X)$. Se discutió también, en el mismo apartado, la posibilidad de volcanes tipo Poisson dependientes de varios parámetros de erupción, correspondientes a cámaras situadas a distinta profundidad y a fenómenos físicos de la evolución del magma.

La dirección adoptada desde este apartado en adelante es bastante diferente a la de apartado (3). Desde ahora se analizará la *actividad observable* en el cuadro eruptivo de volcanes, sin discriminar en los procesos físicos en que se ve envuelto. Se distinguirá entre ambos tratamientos, considerando ahora de manera general una función λ -completamente equivalente a ϕ que caracterice la densidad de actividad volcánica durante períodos de observación de duración arbitraria t . Si λ es constante, en los intervalos arbitrarios considerados, significa que se está ante una serie de eventos cuya distribución en el período de observación puede ser descrita según la de un proceso de Poisson de distribución de probabilidad $P_n(t)$:

$$P_n(t) = \frac{(\lambda t)^n}{n!} \exp(-\lambda t)$$

El análisis de tendencia en la serie estudiada está encaminado a investigar si la densidad de actividad volcánica es o no independiente de la consideración de intervalos arbitrarios dentro de la serie en observación; si es independiente, se tiene una serie estacionaria en el sentido estadístico (Cox y Lewis (1966)):

a) La distribución del número de eventos en un intervalo fijo $(t'_1, t''_1]$ es invariante bajo traslación, es decir, es la misma que la del intervalo $(t'_1 + h, t''_1 + h]$ para todo h ;

b) La distribución conjunta de los números de eventos en intervalos fijos $(t'_1, t''_1]$, $(t'_2, t''_2]$ es invariante bajo traslación, es decir, es la misma para el par de intervalos $(t'_1 + h, t''_1 + h]$, $(t'_2 + h, t''_2 + h]$ para todo h ;

c) En general, la misma propiedad de invariancia debe mantenerse para la distribución conjunta de los números de eventos en un conjunto de k intervalos fijos, para todo $k = 1, 2, \dots$.

(a) y (b) son casos especiales de (c) y (a) es un caso especial de (b).

Tales propiedades implican la ausencia de tendencia en la tasa media de producción de eventos, que puede ser constante incluso en casos donde la estructura detallada del proceso varía; aun en tales casos, es conveniente basar el análisis en la asunción de estacionaridad. Es casi impracticable tratar de verificar (c) con datos empíricos, salvo para pequeños valores de k . Una definición más débil de estacionaridad requiere sólo de la invariancia de las propiedades del primer y segundo orden.

A lo largo del análisis se asume que la probabilidad de más de un evento en un intervalo pequeño de tiempo Δt es $O(\Delta t)$ cuando $\Delta t \rightarrow 0$. Además, se asume que todos los eventos son de un tipo, indistinguibles con la información a mano, salvo por su producción en el tiempo o en el espacio.

La estacionaridad de la serie de eventos implica que todos los intervalos X_i entre eventos tienen la misma función de distribución marginal. La secuencia $\{X_i\}$ es una secuencia estacionaria de variables al azar, es decir, la distribución conjunta de cualquier número k de intervalos entre eventos, para todo $k = 1, 2, \dots$, es invariante bajo traslación a lo largo del eje discreto de 'tiempo' i (Cox y Lewis (1966)). Si no hay correlación entre sucesivos intervalos entre eventos, estos intervalos son independientes e idénticamente distribuidos.

En el análisis de la actividad volcánica, un método gráfico simple de búsqueda de las tendencias más gruesas en los datos, es el del número acumulativo de erupciones en el tiempo de observación. En cada erupción, el gráfico salta un escalón hacia arriba; la pendiente de la línea que une dos puntos cualesquiera en el gráfico es el número promedio de erupciones por unidad de tiempo en ese período. Los gráficos del número acumulativo de erupciones de los volcanes Villarrica, Llaïma y Tupungatito son presentados en las Figs. 4, 5 y 6. Parece no haber una tendencia significativa en el caso de los volcanes Villarrica y Llaïma; el gráfico correspondiente al Tupungatito muestra, sin embargo, cierta tendencia en algunos intervalos. En lo que sigue se realiza un análisis más formal de las tendencias.

En lugar de una función λ constante de un proceso de Poisson, se asume que ésta es de la forma:

$$\lambda(t) = \exp(\alpha + \beta t) ,$$

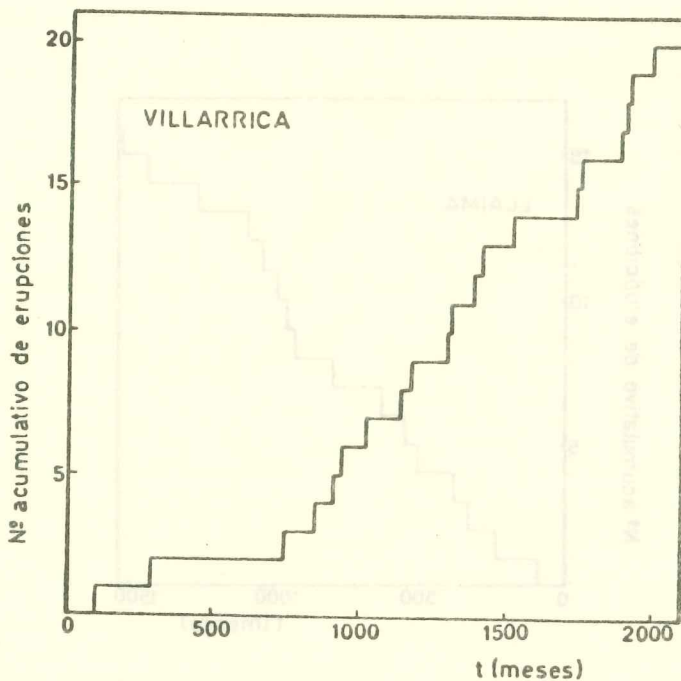


Fig. 4 Número acumulativo de erupciones del volcán Villarrica.

de manera que:

$$P_n(t) = \frac{u^n e^{-u}}{n!}$$

donde:

$$u = \int_0^t \lambda(v) dv$$

Se elige una forma para $\lambda(t)$ como la anterior, y no una relación lineal $\lambda(t) = \alpha + \beta t$, porque esta última es no-negativa sólo para valores restringidos de t y β . El parámetro α es esencialmente un parámetro de disturbio ya que la prueba para la hipótesis nula $\beta = 0$ es, de por sí, una prueba de hipótesis nula de un proceso de Poisson. Localmente, cerca de $\beta = 0$, la forma elegida de $\lambda(t)$ es equivalente a una tendencia lineal.

De la función de densidad de probabilidad de las observaciones hechas en una serie de duración T , se puede mostrar (Cox y Lewis (1966)) que la mejor prueba para $\beta = 0$ contra $\beta \neq 0$ se basa en la distribución de la estadística S :

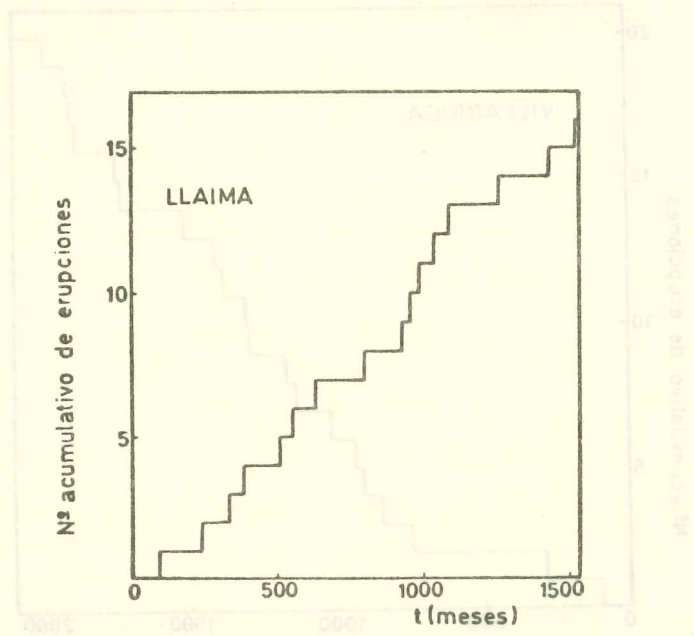


Fig. 5 Número acumulativo de erupciones del volcán Llaima.

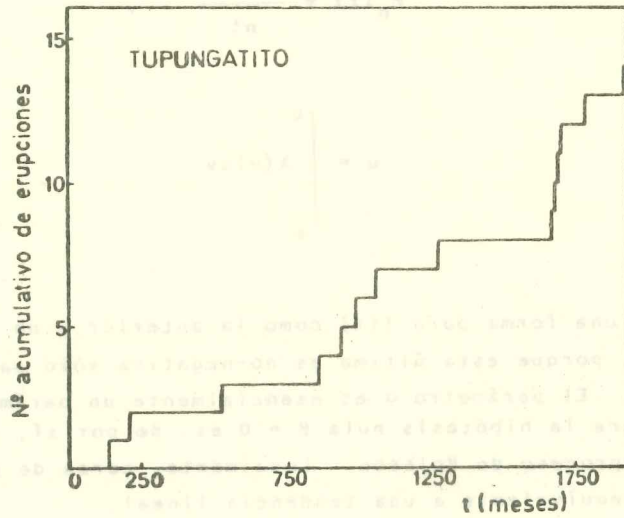


Fig. 6 Número acumulativo de erupciones del volcán Tupungatito.

$$S = \sum_{i=1}^n T_i$$

condicionada al valor n observado de número de eventos en el tiempo T . Dado n , y para $\beta = 0$, S tiene la distribución de la suma de n variables rectangulares independientes al azar. Consecuentemente, la distribución de la variable al azar standard

$$U = \frac{\sum_{i=1}^n T_i/n - (1/2)T}{T(1/12 n)^{1/2}}$$

tiende rápidamente a la forma normal standard cuando n aumenta. Esencialmente, lo anterior corresponde a la comparación del centroíde de los tiempos observados T_i con el punto medio del período de observación. La prueba basada en la obtención de U es una prueba óptima contra la tendencia descrita por la relación $\lambda(t) = \exp(\alpha + \beta t)$.

En la Tabla I se dan a conocer las pruebas de tendencia basadas en las series observadas de los volcanes Villarrica, Llaima y Tupungatito:

TABLA I

Pruebas de tendencia

Volcanes	n	U	Unidades de tiempo
Villarrica	20	0.91	meses
Llaima	16	0.27	meses
Tupungatito	14	1.40	meses

Siendo $U < 1.96$ en todos los casos estudiados, no hay indicación de tendencia en las series de datos de los volcanes Villarrica, Llaima y Tupungatito, al menos al nivel de 5%. Como habían indicado los gráficos del número acumulativo de erupciones en el tiempo, la serie correspondiente al Tupungatito es la que menos se aparta de la indicación de tendencia, en el nivel considerado.

Habiendo rechazado de la hipótesis de tendencia en cada una de las series estudiadas, se asume de ahora en adelante que todas ellas son estacionarias. En el apartado que sigue se investiga si existe correlación entre sucesivos intervalos entre las erupciones. Si la correlación no es significativa, se tendrá que los intervalos entre erupciones son independientes e idénticamente distribuidos, lo que lleva a la consideración de procesos de renovación. Si la distribución es de tipo exponencial, se tiene el caso de un proceso de Poisson.

6. Pruebas para procesos de renovación.

Las pruebas conciernen la estimación de cantidades que caracterizan las propiedades conjuntas de segundo orden de los intervalos entre eventos (ver apartado anterior). Estas cantidades son los *coeficientes seriales de correlación* ρ_j , que pueden ser representados por (Cox y Lewis (1966)):

$$\rho_j = \frac{E\{[X_i - E(X)], [X_{i+j} - E(X)]\}}{\text{Var}(X)}$$

$$= \frac{\text{Cov}(X_i, X_{i+j})}{\text{Var}(X)} \quad (j = \dots, -1, 0, 1, \dots)$$

Como anteriormente, X_i denota el período de reposo luego de la erupción-i. $E(X)$, $\text{Var}(X)$ y $\text{Cov}(X)$ denotan, respectivamente, la media, la varianza y la covarianza de los X_i .

Los coeficientes seriales de correlación son los coeficientes de Fourier de la función de densidad espectral $f_+(\omega)$:

$$f_+(\omega) = \frac{1}{\pi} \left\{ 1 + 2 \sum_{j=1}^{\infty} \rho_j \cos(j\omega) \right\} \quad 0 < \omega < \pi$$

Un proceso de renovación tendrá un espectro constante de intervalos: $f_+(\omega) = 1/\pi$. Cuando el tamaño de la muestra es mucho menor que 100, y si las distribuciones marginales son altamente sesgadas, la utilidad de las correlaciones seriales es limitada. Bajo condiciones adecuadas, los coeficientes ρ_j pueden ser considerados bajo la hipótesis nula $\rho_j = 0$, $j = 1, 2, \dots$

En un proceso de renovación, $\text{Var}(\tilde{\rho}_j) \sim 1/(n-j)$ donde $\tilde{\rho}_j$ es la estimación de la correlación serial, cuya expresión standard es:

$$\tilde{\rho}_j = \frac{\frac{1}{(n-j)} \sum_{i=1}^{n-j} (X_i X_{i+j}) - \frac{1}{(n-j)^2} \left(\sum_{i=1}^{n-j} X_i \right) \left(\sum_{i=1}^{n-j} X_{i+j} \right)}{\left[\frac{1}{(n-j)} \sum_{i=1}^{n-j} X_i^2 - \frac{1}{(n-j)^2} \left(\sum_{i=1}^{n-j} X_i \right)^2 \right]^{1/2} \left[\frac{1}{(n-j)} \sum_{i=1}^{n-j} X_{i+j}^2 - \frac{1}{(n-j)^2} \left(\sum_{i=1}^{n-j} X_{i+j} \right)^2 \right]^{1/2}}$$

La prueba para la hipótesis nula $\rho_j = 0$ se realiza considerando $\tilde{\rho}_j (n-j)^{1/2}$ que tiene, aproximadamente, si n es grande y si se asume un proceso de renovación, una distribución normal unitaria.

En el caso de los volcanes estudiados, el tamaño de las muestras es siempre mucho menor que 100, por lo que pueden surgir dificultades de interpretación. Sólo se calculan los ocho primeros coeficientes seriales, por la limitación que imponen las series disponibles. En la Tabla II se muestran las estimaciones de los coeficientes de correlación y las cantidades $\tilde{\rho}_j (n-j)^{1/2}$ de los intervalos entre erupciones de los volcanes Villarrica, Llaíma y Tupungatito.

Sólo un coeficiente de correlación serial, correspondiente al volcán Tupungatito, da un valor significativo en el nivel de confianza de 5% adoptado. Teniendo en cuenta que en la simulación de un volcán como proceso de Poisson, Reyment (1969) también obtuvo un coeficiente de correlación serial significativo al 5%, y en vista de la pequeña secuencia de intervalo disponible, se asumirá que el cuadro eruptivo de cada uno de los volcanes Villarrica, Llaíma y Tupungatito puede ser descrito como un proceso de renovación.

TABLA II

ESTIMACION DE LOS COEFICIENTES DE CORRELACION

J	1	2	3	4	5	6	7	8
\bar{p}_j								
$\bar{p}_j (n-j)^{1/2}$								
VILLARRICA	0.138 0.585	0.040 0.165	-0.219 -0.876	-0.216 -0.838	0.308 1.152	-0.254 -0.915	0.378 1.310	-0.264 -0.877
LLAIMA	0.228 0.552	-0.373 -1.344	-0.279 -0.968	-0.541 -1.794	-0.216 -0.682	0.650 1.950	0.553 1.564	-0.407 -0.077
TUPUNGATITO	0.217 0.751	-0.419 -1.391	-0.463 -1.526	-0.001 -0.002	0.772* 2.185	0.378 0.999	-0.494 -1.211	-0.698 -1.562

(*) Denota un valor significante al nivel de 5%.

7. Pruebas para procesos de Poisson.-

El análisis que sigue corresponde al paso ulterior de la escala seguida en la investigación del cuadro eruptivo de volcanes como actividad observable en ese cuadro. Habiéndose cumplido la indagación de los coeficientes seriales de correlación entre sucesivos intervalos entre erupciones, cuyos resultados permiten una descripción como procesos de renovación, se investiga ahora si tales procesos son de un tipo especial, como lo es uno de Poisson.

Los momentos de los intervalos entre erupciones, y cantidades asociadas a ellos, pueden servir como primera aproximación al problema:

$$\text{Media} = \bar{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i,$$

$$\text{Varianza} = \bar{\mu}_2 = \frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2,$$

$$\text{Tercer momento} = \bar{\mu}_3 = \frac{n}{(n-1)(n-2)} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^3,$$

$$\text{Desviación standard} = \bar{\sigma} = (\bar{\mu}_2)^{1/2}$$

$$\text{Coeficiente de variación} = C = \bar{\sigma} / \bar{\mu}$$

$$\text{Medida de sesgo} = \bar{\gamma}_1 = \bar{\mu}_3 / (\bar{\sigma})^3$$

La estimación del coeficiente de variación es particularmente significativa, ya que da cuenta de desviaciones gruesas con respecto a la distribución exponencial, donde C tiene el valor unidad.

En la Tabla III se muestran los momentos y cantidades asociadas de las series de intervalos entre erupciones de los volcanes Villarrica, Llaima y Tupungatito.

TABLA III

Momentos de los intervalos entre erupciones

	Villarrica	Llaima	Tupungatito
Media	99.53	95.07	137.31
Varianza	11115.48	2779.40	17495.35
Desviación Stand.	105.43	52.72	132.27
Coeficiente de Var.	1.06	0.55	0.96
Medida de sesgo	2.52	0.28	1.07

Los coeficientes de variación de los intervalos entre erupciones de los volcanes Villarrica y Tupungatito tienen valores cercanos a la unidad, ajustándose a lo que se esperaría en un proceso de Poisson; por otra parte, los momentos propios de la distribución correspondiente al volcán Llaima indican una gran concentración en torno a la media, con mayores características de sime-

tría -como resulta de la medida de sesgo- que las de los volcanes Villarrica y Tupungatito.

Se presentan ahora algunos gráficos relacionados con la función $N(X)$ del apartado (3), que ofrecen una estimación de la factibilidad de la hipótesis de Poisson para una serie de eventos. Los n intervalos observados entre erupciones, X_i , son dispuestos de manera de dar lugar a la estadística ordenada:

$$0 < X_1 \leq X_2 \leq \dots \leq X_n$$

en relación a la cual se define la función empírica de supervivencia $R_n(X)$:

$$R_n(X) = \text{proporción de intervalos mayores que } X.$$

Es conveniente graficar el logaritmo de $R_n(X)$ versus X , ya que así la desviación de la linealidad indicará desviación con respecto a una distribución exponencial. En los gráficos se hace uso de un valor que representa al logaritmo de $R_n(X)$ en el punto X_i , siendo éste el valor (Cox y Lewis (1966)):

$$\ln\left(1 - \frac{i}{n+1}\right)$$

Los gráficos de las Figs. 7, 8 y 9 que corresponden, respectivamente, a las estadísticas ordenadas de intervalos entre erupciones de los volcanes Villarrica, Llaima y Tupungatito, muestran una forma lineal sólo en algunas partes del dominio. En el gráfico de la Fig. 7, correspondiente al volcán Villarrica, se observa mayor linealidad, salvo por el punto que aparece cerca del extremo inferior derecho del gráfico. La información aproximada que entregan estos gráficos deberá ser formalizada por el análisis que será presentado a continuación.

Las pruebas que siguen estarán basadas en la distribución de las observaciones condicionadas al número n de eventos observados en el intervalo de duración T . Las cantidades

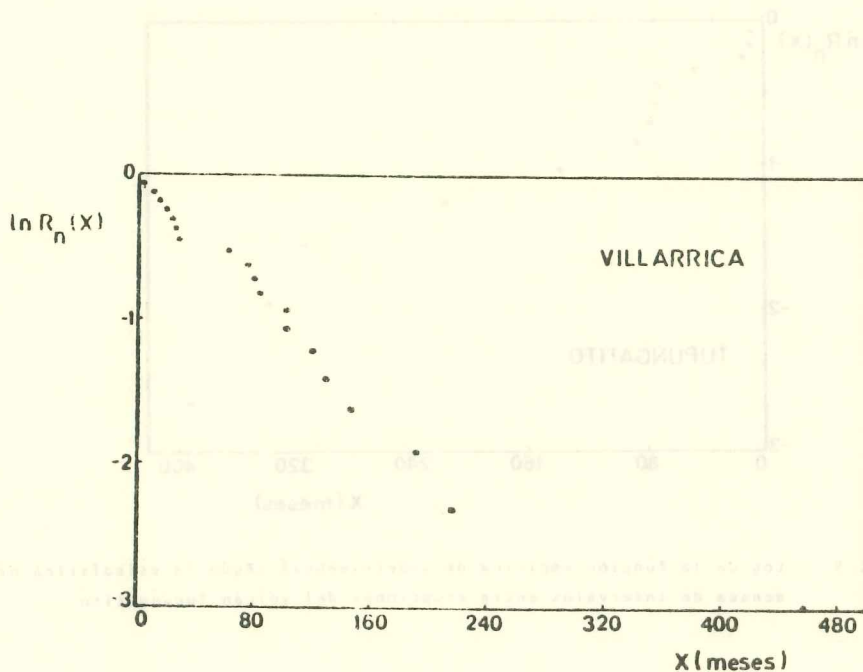


Fig. 7 Log de la función empírica de supervivencia según la estadística ordenada de intervalos entre erupciones del volcán Villarrica.

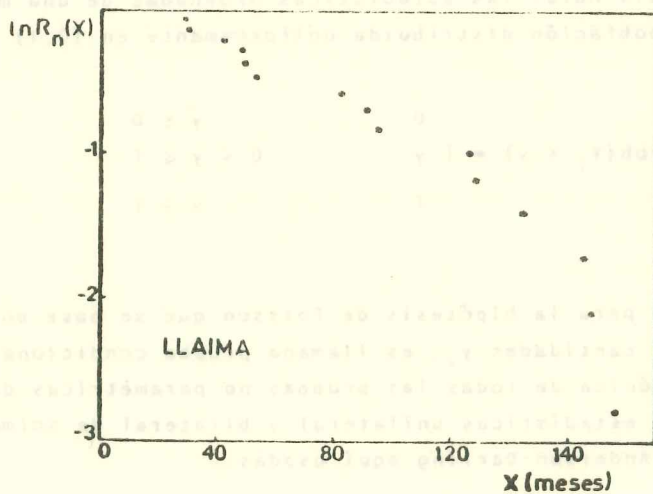


Fig. 8 Log de la función empírica de supervivencia según la estadística ordenada de intervalos entre erupciones del volcán Llaima

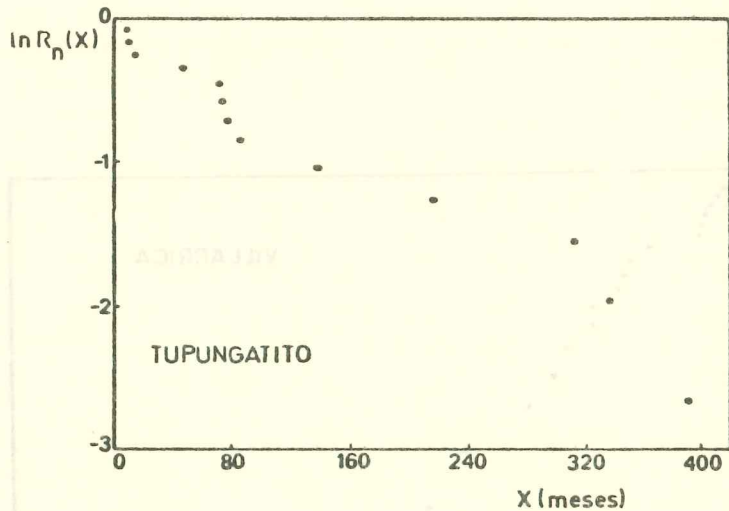


Fig. 9 Log de la función empírica de supervivencia según la estadística ordenada de intervalos entre erupciones del volcán Tupungatito.

$$y_i = T_i/T \quad i = 1, 2, \dots, n$$

son, bajo la hipótesis nula, las estadísticas ordenadas de una muestra al azar de tamaño n de una población distribuida uniformemente en $(0,1)$:

$$\text{prob}(Y_i < y) = \begin{cases} 0 & y \leq 0 \\ y & 0 < y \leq 1 \\ 1 & y > 1 \end{cases}$$

Una prueba para la hipótesis de Poisson que se base en la distribución uniforme de las cantidades y_i , es llamada prueba condicional uniforme. Esta es la forma canónica de todas las pruebas no paramétricas de bondad de ajuste, como son las estadísticas unilateral y bilateral de Kolmogorov-Smirnov y la estadística de Anderson-Darling aquí usadas.

En las estadísticas no-paramétricas de Kolmogorov-Smirnov, $F_n(y)$ denota la función de distribución empírica de las observaciones y_i :

$$F_n(y) = \frac{\text{número de las } y_i \leq y}{n} \quad 0 \leq y \leq 1$$

Se define la estadística unilateral de Kolmogorov-Smirnov mediante las cantidades D_n^+ , D_n^- :

$$D_n^+ = \sqrt{n} \sup_{0 \leq y \leq 1} \{F_n(y) - y\} = \sqrt{n} \max_{1 \leq i \leq n} \left\{ \frac{i}{n} - y_i \right\}$$

$$D_n^- = \sqrt{n} \sup_{0 \leq y \leq 1} \{y - F_n(y)\} = \sqrt{n} \max_{1 \leq i \leq n} \left\{ y_i - \frac{(i-1)}{n} \right\}$$

La estadística bilateral de Kolmogorov-Smirnov es:

$$D_n = \sqrt{n} \sup_{0 \leq y \leq 1} |F_n(y) - y| = \max\{D_n^+, D_n^-\}$$

La estadística de Anderson-Darling se define como

$$W_n^2 = n \int_0^1 \frac{\{F_n(y) - y\}^2}{y(1-y)} dy$$

$$= -n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \{ (2i-1) \ln y_i + (2(n-i)+1) \ln(1-y_i) \}$$

Las cuatro pruebas anteriores no son consistentes contra ciertas alternativas estacionarias, siendo más sensibles a alternativas de tendencia (Lewis (1966)), su poder puede ser aumentado por medio de una transformación que a continuación se describe.

Los intervalos entre erupciones se denotan por X_1, X_2, \dots, X_n y el intervalo entre la última erupción y el final del período de observación se denota por X_{n+1} , es decir, $X_{n+1} = T - T_n$, ordenándose las $(n+1)$ cantidades X_i de manera de obtener la estadística ordenada:

$$0 < X'_1 \leq X'_2 \leq \dots \leq X'_n \leq X'_{n+1}$$

Las cantidades:

$$w_i = \frac{X'_1}{T} + \frac{X'_2}{T} + \dots + \frac{X'_{i-1}}{T} + (n+2-i) \frac{X'_i}{T}$$

($i = 1, \dots, n$)

tienen, bajo la hipótesis nula de Poisson, las mismas propiedades de distribución que las y_i . Como se ve en la expresión de las w_i , el intervalo X'_{n+1} no entra en los cálculos.

En la Tabla IV se presentan los valores críticos de rechazo de la hipótesis de Poisson al nivel de 5% en relación a las estadísticas empleadas y al número de datos en juego; los valores críticos en las estadísticas D_n^+ , D_n^- y D_n han sido obtenidos a partir de Owen (1962) y el punto asintótico al nivel de significancia considerado, válido para $n \geq 10$, es referido en Cox y Lewis (1966, Apéndice II) para la estadística W_n^2 .

En la Tabla V se presentan las pruebas de hipótesis de Poisson, basadas en las estadísticas anteriores, para datos transformados y no transformados correspondientes a los volcanes Villarrica, Llaima y Tupungatito.

Los valores de la Tabla V, teniendo en cuenta los valores críticos dados en la Tabla IV, indican aceptación de la hipótesis de Poisson al nivel de 5% en todos los casos estudiados. La consideración de un período T que involucre tiempos de erupción donde, en general, $T_i \neq \sum_{j=0}^{i-1} X_j$ (ver apartado (4)), debido a la caracterización de la erupción como fenómeno no-puntual, no provoca desviaciones apreciables en los resultados anteriores, que permanecen invariables en cuanto a la aceptación de la hipótesis de Poisson.

Se pueden realizar otras pruebas para corroborar y reafirmar la equivalencia del cuadro eruptivo de los volcanes estudiados con procesos de renova

TABLA IV

VALORES CRITICOS PARA LAS ESTADISTICAS DE KOLMOGOROV-SHIRNOV Y DE ANDERSON-DARLING AL NIVEL DE 5% DE SIGNIFICACION^(*)

n	20	19	16	15	14	13
D_n^+	1.184	1.183	1.179	1.177	1.176	1.174
D_n^-						
D_n	1.315	1.314	1.309	1.308	1.306	1.303
W_n^2	2.492 (Valor asintótico válido para $n \geq 10$).					

(*) A partir de Owen (1962) y Cox y Lewis (1966).

TABLA V

PRUEBAS PARA PROCESOS DE POISSON

	Datos no transformados					Datos Transformados				
	n	D_n^+	D_n^-	D_n	W_n^2	n	D_n^+	D_n^-	D_n	W_n^2
VOLCAN										
VILLARRICA	20	0.93	1.15	1.15	1.51	19	0.71	0.48	0.71	0.73
LLAIMA	16	0.41	0.42	0.42	0.15	15	0.61	0.87	0.87	1.11
TUPUNGATITO	14	0.82	1.09	1.09	1.47	13	0.95	0.67	0.95	1.10

ción o de Poisson e implementar la información que resulta del presente análisis; en otro trabajo se retomará la cuestión, basándose siempre en el análisis de los datos como serie de eventos puntuales.

8. Conclusiones.-

El cuadro que conforman los intervalos entre erupciones de cada uno de los volcanes Villarrica, Llaïma y Tupungatito, produce curvas de tasa de erupción $\phi(x)$ de forma complicada, haciéndose difícil la interpretación. En parte, la forma de tales curvas puede deberse a registros cortos e imprecisos o incorrectos. En todo caso, se puede señalar que la tasa de erupción de los volcanes estudiados sugiere hipótesis interesantes acerca del comportamiento físico de los sistemas conectados con el fenómeno de erupción volcánica, relacionadas con mecanismos de recarga de los conductos volcánicos y de hipotéticas cámaras magmáticas secundarias. La interacción entre cámaras magmáticas ubicadas en profundidad y cámaras secundarias cercanas a la superficie provocaría curvas de tasa de erupción complejas, siendo el fenómeno eruptivo observable el resultado de la relación entre las cámaras, descrita por varios parámetros dependientes, y del contorno físico del área volcánica y sub-volcánica.

En el caso del volcán Villarrica se tiene, además, la posibilidad de carencia de memoria, cuando la tasa de erupción no depende del intervalo de reposo entre erupciones. La aceptación de esa posibilidad hace del volcán Villarrica un volcán de Poisson simple, en cuanto a que su tasa de erupción es constante con respecto al tiempo transcurrido entre erupciones.

Las curvas de tasa de erupción de los volcanes Llaïma y Tupungatito no aceptan una hipótesis de carencia de memoria y, como ha sido señalado, indican interacción de diversas variables que podrían significar la definición de estos volcanes como volcanes tipo Poisson con varios estados intermedios. Se ha encontrado que la tasa de erupción del volcán Llaïma crece notablemente para períodos largos de reposo, pudiendo observarse valores de $\phi=200 \times 10^{-3} \text{mes}^{-1}$.

La hipótesis de existencia de cámaras magmáticas cercanas a la superficie podrá ser investigada mediante aplicación en las zonas volcánicas de diversos métodos geofísicos y geoquímicos. La instalación de estaciones sísmicas en esas zonas sería también de inapreciable valor para estudiar la distribución de los sistemas sub-volcánicos y complementar la consideración de

problemas de transferencia de calor y de enfriamiento del magma. La verificación de esta hipótesis puede ser de gran interés para la explotación de recursos.

Se ha analizado también la actividad observable en el cuadro eruptivo de los volcanes Villarrica, Llaíma y Tupungatito, sin discriminar en los procesos físicos que pudieran producir ese cuadro. La dirección adoptada es la del análisis estadístico de las erupciones como serie de eventos puntuales. Se han realizado diversas pruebas que, sucesivamente, caracterizan en forma más restringida el cuadro eruptivo observable como un proceso estacionario, un proceso de renovación o un proceso de Poisson.

El método gráfico de número acumulativo de erupciones en el tiempo de observación no es suficiente para decidir sobre la presencia o no de tendencia en la serie de datos de los volcanes estudiados. Una prueba más formal basado en la investigación de la variable U , que tiende rápidamente a la forma normal standard cuando el número de observaciones aumenta, da como resultado la ausencia de tendencia a un nivel de 5% de significación en cada una de las series de datos de los volcanes Villarrica, Llaíma y Tupungatito, pudiendo establecerse la asunción de estacionaridad.

Se han realizado pruebas para investigar si existe correlación entre sucesivos intervalos entre las erupciones, no obteniéndose valores significantes de correlación serial al nivel de 5% para ninguna de las series en estudio. Esto indica que el cuadro eruptivo de cada uno de los volcanes Villarrica, Llaíma y Tupungatito puede ser descrito como un proceso de renovación.

Por último, se han efectuado las pruebas para procesos de Poisson. Un primer paso ha sido hallar los momentos estadísticos de los intervalos entre erupciones; el coeficiente de variación de los intervalos entre erupciones de los volcanes Villarrica y Tupungatito resulta cercano a la unidad, ajustándose a lo que se esperarí de un proceso de Poisson. El coeficiente de variación correspondiente a la distribución de intervalos del volcán Llaíma es inferior a la unidad habiendo gran concentración en torno a la media con una simetría superior, como resulta de la medida de sesgo, a la de los volcanes Villarrica y Tupungatito.

Las curvas del logaritmo de la función empírica de supervivencia se hallan una equivalencia sólo aproximada con un proceso de Poisson, siendo la distribución correspondiente al volcán Villarrica la más cercana a este proceso. En general, estas curvas no son suficientes para la caracterización de equivalencia.

Las pruebas basadas en las estadísticas no paramétricas unilateral y bilateral de Kolmogorov-Smirnov y de Anderson-Darling, indican aceptación de la hipótesis de Poisson, al nivel de 5% de significación, en todos los casos estudiados. Las pruebas realizadas con cantidades transformadas por medio de una estadística ordenada de los intervalos entre erupciones, parecen señalar igual aceptación, sin embargo, la transformación induce cambios relativos fuertes en el caso del volcán Llaima, donde antes se había obtenido valores muy bajos de las estadísticas no paramétricas. Estas observaciones y la discrepancia de estas pruebas con lo que resulta del cálculo del coeficiente de variación y de las curvas del logaritmo de la función empírica de supervivencia, señalan la necesidad de proseguir pruebas para procesos de renovación y Poisson en el examen de estos cuadros eruptivos.

REFERENCIAS. -

- CASERTANO L., 1963: "Catalogue of the Active Volcanoes and Solfatara Fields of the Chilean Continent". International Volcanological Association, Part XV.
- COX D.R. y LEWIS P.A.W.; 1966: "The Statistical Analysis of Series of Events", Methuen, London, 285 pp.
- EATON J.P., 1962 "Crustal Structure and Volcanism in Hawaii" pub. en "Crust of the Pacific Basin", (Endo E.T., editor), Geophys. Monogr. Ser., Vol. 6, AGU, Washington, p. 13-29.
- FISKE R.S. y KINOSHITA W.T., 1966: "Inflation of Kilauea Volcano prior to the 1967-68 Eruption", Science, Vol. 165, p. 341-349.
- GONZALEZ-FERRAN O., 1972: "Distribución del Volcanismo Activo de Chile y la Reciente Erupción del Volcán Villarrica", Apartado del Primer Simposium Cartográfico Nacional, Instituto Geográfico Militar, Santiago, p. 191-207.
- GONZALEZ-FERRAN O., 1980: "Informativo N° 1", Servicio Volcanológico del Departamento de Geofísica, U. de Chile, Trilca, Vol. 1, N° 2, p. 221-228.
- GONZALEZ-FERRAN O. y KAUSEL E., 1980: "Antecedentes sobre la actividad volcánica y sísmica de la Región Villarrica-Pucón", Depto. de Geofísica, U. de Chile, (Informe inédito), 86 pp.

- LEWIS P.A.W., 1966: "A Computer Program for the Statistical Analysis of Series of Events", IBM Systems Journal, Vol. 5, N° 4, p. 202-225.
- MUROZ M., 1980: "Sistemas Geotermales de Concurrencia Magmática", Tralka, Vol. 1, N° 2, p. 211-216.
- OWEN D.B., 1962: "Handbook of Statistical Tables", Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 580 pp.
- REYMENT R.A., 1969: "Statistical Analysis of some Volcanological Data Regarded as Series of Point Events", Pure and Applied Geophysics, Vol. 74, p. 57-77.
- THIELE R. y KATSUI Y., 1969: "Contribución al Conocimiento del Volcanismo Post-Miocénico de los Andes en la Provincia de Santiago, Chile", Depto. de Geología, U. de Chile, Publ. N° 35, p. 7-23.
- WICKMAN F.E., 1966a: "Repose Period Patterns of Volcanoes, I: Volcanic Eruptions Regarded as Random Phenomena", Arkiv för Mineralogi och Geologi, Vol. 4, N° 7, p. 291-301.
- WICKMAN F.E., 1966b: "Repose Period Patterns of Volcanoes, II: Eruption Histories of some East Indian Volcanoes", *Ibid.*, Vol. 4, N° 8, p. 303-317.
- WICKMAN F.E., 1966c: "Repose Period Patterns of Volcanoes, III: Eruption Histories of some Japanese Volcanoes", *Ibid.*, Vol. 4, N° 9, p. 319-335.
- WICKMAN F.E., 1966d: "Repose Period Patterns of Volcanoes, IV: Eruption Histories of some Selected Volcanoes", *Ibid.*, Vol. 4, N° 10, p. 337-350.
- WICKMAN F.E., 1966e: "Repose Period Patterns of Volcanoes, V: General Discussions and a Tentative Stochastic Model", *Ibid.*, Vol. 4, N° 11, p. 351-367.
- WRIGHT T.L. y FISKE R.S., 1971: "Origins of the Differentiated and Hybrid Lavas of Kilauea Volcano, Hawaii", Journal of Petrology, Vol. 12, N° 1 p. 1-65.

APENDICE

Fechas de iniciación de los ciclos eruptivos de los volcanes Villarrica, Llaíma y Tupungatito.

Volcán Villarrica: 1806 - 1822 - 1860 - 4 Febrero 1869 - 16 Abril 1874 - 1876-1883 - 1893 - 1896 - Abril 1907 - 31 Octubre 1908 - 1915 - 10 Diciembre 1920 - 1929 - 1947^(*) - 10 Octubre 1948 - 1960^(*) - 8 Marzo 1963 - 3 Marzo 1964 - 29 Octubre 1971.-

(*) Actividad explosiva crítica.

Volcán Llaíma: 1852 - 1864 - 6 Junio 1872 - 1876 - Enero 1887 - 1895 - 12 Mayo 1903 - 4 Febrero 1917 - 5 Octubre 1927 - 6 Julio 1930 - 5 Enero 1933 - 10 febrero 1937 - 23 Junio 1941 - 1955^(*) - 20 Marzo 1972 - 15 Octubre 1979.

(*) Actividad explosiva crítica.

Volcán Tupungatito: 1829 - 1835 - 1861 - 1889 - Enero 1897 - Abril 1901 - 1907 1925 - Enero 1958 - fines Marzo 1959 - 7 Julio 1960^(*) - 2 Mayo 1961^(*) - 1968^(*) 10 Enero 1980^(*).

(*) Erupciones de piroclásticos, siendo la de 1968 poco fidedigna.