

TECNICAS AERODINAMICAS PARA ESTIMAR TRANSFERENCIAS TURBULENTAS EN LA CAPA LIMITE ATMOSFERICA.

Humberto Fuenzalida P.

RESUMEN

La primera parte de este artículo resume los principales aspectos de la teoría de la transferencia turbulenta en la base de la capa límite atmosférica. A continuación se presentan tres alternativas de cálculo de los flujos turbulentos que han sido sugeridas en la literatura. Para cada una se programaron algoritmos numéricos. Usando 28 casos de mediciones realizadas en Australia se estimaron los flujos. Los resultados se comparan con observaciones, y entre sí, obteniendo algunas conclusiones acerca de la sensibilidad de la técnica en relación con la razón de los coeficientes de intercambio de cantidad de movimiento y calor, α , la rugosidad del terreno (z_0) y el valor de la constante de Von Karman. Se concluye que z_0 puede ser estimado de casos no neutros con una precisión que no afecta significativamente los valores de los flujos.

1. INTRODUCCION. -

La atmósfera y el sustrato (sólido o líquido) intercambian importantes cantidades de calor, vapor de agua y cantidad de movimiento al extremo que, la mayor parte del contenido calórico de la tropósfera y todo su vapor de agua le son transferidos desde el suelo.

Si estos procesos de transferencia descansaran en la acción molecular, la respuesta atmosférica a cambios rápidos de condiciones en el substrato sería muy lenta. Por el contrario se ha observado que las primeras decenas de metros de aire se adaptan rápidamente merced al estado turbulento que domina en el movimiento del aire.

La energía neta radiativa disponible en el suelo se usa para evaporar agua, calentar al aire y al substrato. La importancia relativa de estos tres procesos determina las características climáticas que imperan en un lugar y condicionan la velocidad con que los vegetales y el suelo pierden agua. De aquí el interés por cuantificar las transferencias verticales. Sin embargo, el carácter turbulento del proceso, dificulta la teoría y complica la técnica de medición.

El método más usado está basado en la medición de perfiles verticales de viento, temperatura y humedad mediante mástiles. Con esta información se estiman los flujos de cantidad de movimiento, calor y vapor de agua que cruzan la capa. Tal técnica es conocida como método aerodinámico. Métodos alternativos requieren de instrumentación más sofisticada y entregan una precisión comparable.

La Sección de Meteorología del Departamento de Geofísica de la Universidad de Chile ha usado un mástil instrumentado en varias campañas de mediciones dentro del Programa de Zonas Áridas y para calcular los flujos turbulentos se ha programado tres variantes del método aerodinámico.

Esta nota contiene una descripción general del método aerodinámico con las funciones universales que en él se definen. Luego detalla un programa que hace uso de la teoría en forma directa (FLUTUR), agrega una formulación orientada a usar el mínimo de observaciones (MONIN), y otro que contempla una modificación empírica desarrollada en Japón (YASHI). Los tres programas calculan los flujos turbulentos en base a observación de perfiles verticales de valores medios de las variables, sin recurrir a relaciones derivadas del balance de energía superficial. Finalmente se comparan los resultados de los tres programas y se analiza la influencia de algunos de sus parámetros.

I PARTE: TEORIA.

2. FUNDAMENTOS.-

Los fundamentos teóricos del método aerodinámico para la determinación de flujos turbulentos verticales en la capa límite atmosférica se encuentran desarrollados en varias publicaciones, por ejemplo en el Capítulo 4 del libro de Monin y Yaglom (1971).

Representando los flujos de cantidad de movimiento y vapor de agua por τ , H y E , respectivamente, se les puede asociar expresiones que indiquen su proporcionalidad al gradiente vertical del valor medio de una característica conservativa respecto de los movimientos turbulentos, para ello los valores instantáneos de las variables u , θ y q se descomponen en un valor medio, caracterizado por una barra y una desviación denotada por una prima (por ej.: $u = \bar{u} + u'$). Entonces,

$$\tau \equiv -\rho_0 \overline{u'w'} = -\rho_0 K_m \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$$

$$H \equiv \rho_0 c_p \overline{\theta'w'} = -\rho_0 c_p K_h \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \quad (1)$$

$$E \equiv \rho_0 \overline{q'w'} = -\rho_0 K_w \frac{\partial \bar{q}}{\partial z}$$

donde ρ_0 es la densidad media del aire cerca de la superficie, c_p su calor específico; \bar{u} , $\bar{\theta}$ y \bar{q} los valores medios de velocidad, temperatura potencial y humedad específica, respectivamente; z es la coordenada normal a la interfase, y K_w , K_m y K_h son coeficientes de intercambio que incluyen todas las dependencias funcionales del fenómeno no expresadas en los gradientes verticales respectivos.

En la práctica, el valor medio corresponde a un promedio temporal sobre un lapso de tiempo mayor que el período característico de las fluctuaciones más largas de la turbulencia cerca de la superficie (alrededor de 15 minutos).

De la consideración de la ecuación de movimiento y las magnitudes de viento observadas, es posible demostrar que existe una capa inferior de aire en la cual los flujos turbulentos varían poco y en la que se los puede considerar constantes. Esta es la capa superficial (o de flujo constante) cuyo espesor típico es de 50 m.

Dentro de la capa de flujo constante, en condiciones estacionarias y horizontalmente homogéneas, un análisis dimensional conduce a las expresiones:

$$\frac{kL}{u_*} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = g(\zeta)$$

(2)

$$\frac{L}{\theta_*} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} = g_1(\zeta)$$

donde $u_*^2 = \frac{\tau}{\rho_0}$ es la velocidad de roce y $\theta_* = -\frac{1}{ku_*} \frac{H}{\rho_0 c_p}$ una temperatura de referencia, ambos valores constantes; k es la constante adimensional de Von Karman que tiene un valor próximo a 0.4; L es una longitud de referencia dada por

$$L = -\frac{u_*^3}{k \frac{g}{\theta_*} \frac{H}{\rho_0 c_p}}$$

con un valor constante en la capa superficial (longitud de Monin-Obukhov). Las funciones adimensionales $g(\zeta)$ y $g_1(\zeta)$ son funciones universales de $\zeta = z/L$, que para una atmósfera con estabilidad neutra ($H \rightarrow 0$, $L \rightarrow \infty$, $\zeta \rightarrow 0$) deben originar perfiles logarítmicos. Es decir,

$$\lim_{\zeta \rightarrow 0} \phi_m(\zeta) \equiv \lim_{\zeta \rightarrow 0} \zeta g(\zeta) = 1$$

$$\lim_{\zeta \rightarrow 0} \phi_h(\zeta) \equiv \lim_{\zeta \rightarrow 0} k \zeta g_1(\zeta) = C$$

donde C tiene un valor de 0.74 según Businger (1973) y 1.0 según otros autores.

En términos de las funciones ϕ_m y ϕ_h los perfiles quedan dados por,

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = \frac{u_*}{kz} \phi_m(\zeta) \quad (3)$$

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} = \frac{\theta_*}{kz} \phi_h(\zeta)$$

Substituyendo las derivadas verticales en las expresiones (1) para τ y H se tiene para los coeficientes de intercambio

$$K_m = \frac{ku_*L}{g(\zeta)}$$

$$K_h = \frac{ku_*L}{g_1(\zeta)}$$

ó bien,

$$K_m = \frac{ku_*z}{\phi_m(\zeta)}$$

$$K_h = \frac{k^2 u_* z}{\phi_h(\zeta)}$$

Otra función universal definida es la razón,

$$\alpha(\zeta) \equiv \frac{K_h}{K_m} = \frac{g(\zeta)}{g_1(\zeta)} = \frac{k \phi_m(\zeta)}{\phi_h(\zeta)}$$

El número de Richardson, que mide la estabilidad mecánico-térmica del aire es por definición

$$R_i \equiv \frac{g}{\theta_0} \frac{\partial \theta / \partial z}{(\partial \bar{u} / \partial z)^2}$$

y expresado en términos de las funciones universales

$$R_i = \frac{g(\zeta)}{|g(\zeta)|^2} = \frac{1}{\alpha(\zeta) g(\zeta)}$$

que lo muestra como otra función universal de ζ .

Considerando al vapor de agua, en ausencia de cambios de fase, se logran ecuaciones análogas:

$$\frac{L}{q_*} \frac{\partial \bar{q}}{\partial z} = g_2(\zeta) \quad \text{donde} \quad q_* = -\frac{E}{ku_* \rho_0}$$

y

$$K_w = \frac{ku_* L}{g_2(\zeta)}$$

Las expresiones de las derivadas verticales pueden ser integradas dentro de la capa superficial, donde los flujos se consideran constantes, dando

$$\begin{aligned} \bar{u}(z_2) - \bar{u}(z_1) &= \frac{u_*}{k} \left[f\left(\frac{z_2}{L}\right) - f\left(\frac{z_1}{L}\right) \right] \\ \bar{\theta}(z_2) - \bar{\theta}(z_1) &= \theta_* \left[f_1\left(\frac{z_2}{L}\right) - f_1\left(\frac{z_1}{L}\right) \right] \\ \bar{q}(z_2) - \bar{q}(z_1) &= q_* \left[f_2\left(\frac{z_2}{L}\right) - f_2\left(\frac{z_1}{L}\right) \right] \end{aligned} \quad (4)$$

donde

$$f(\zeta) \equiv \int g(\eta) d\eta \quad (5)$$

$$f_1(\zeta) \equiv \int_0^\zeta g_1(n) dn$$

$$f_2(\zeta) \equiv \int_0^\zeta g_2(n) dn$$

Si conocemos el valor de k y la forma de las funciones f , f_1 , f_2 es posible determinar los flujos τ , H y E con mediciones de \bar{u} , $\bar{\theta}$ y \bar{q} en dos niveles y usando un esquema iterativo, pues las ecuaciones (4) que permiten determinar u_* , θ_* y q_* son funciones de L . Sin embargo, la precisión de las mediciones puede hacer poco recomendable esta técnica si las diferencias verticales de \bar{u} y \bar{q} resultan con un error apreciable.

Las mediciones instantáneas de viento y humedad son de menor precisión que las temperaturas por lo que conviene evitar el uso de sus diferencias verticales. Sin embargo, la medición del viento por medio de registros acumulativos se presta para obtener un valor medio considerablemente mejorado en relación a los de temperaturas y humedades cuyas magnitudes fluctuantes son las más sencillas de medir. En el caso de la velocidad \bar{u} se puede aprovechar el efecto de la condición de borde que obliga al flujo a anularse al contacto con la interfase sólida. Se define con este propósito una altura z_0 (altura de rugosidad) a la cual la velocidad media se anula. Se constituye así la determinación de un nivel de velocidad por la de z_0 que se efectúa sin recurrir a diferencias verticales de velocidad.

La estimación de z_0 se realiza usando los perfiles de velocidad medidos en condiciones aproximadamente neutras. En tales circunstancias $g(\zeta) = \zeta^{-1}$ y $f(\zeta) = \ln \zeta$, entonces usando $z_1 = z_0$ y $z_2 = z$ en (4) se tiene:

$$\bar{u}(z) = \frac{u_*}{k} \ln \frac{z}{z_0} \quad (6)$$

Midiendo \bar{u} a varios niveles z se puede ajustar una recta en términos de \bar{u} y $\ln z$ con lo que se determinan u_* y z_0 . Siendo z_0 una característica de la rugosidad de la superficie su variación debe ser lenta y bastarán pocas determinaciones. En condiciones no neutras se usa la ecuación (4) correspondiente aplicada con $z_1 = z_0$.

$$\bar{u}(z_*) = \frac{u_*}{k} \left[f\left(\frac{z_*}{L}\right) - f\left(\frac{z_0}{L}\right) \right] \quad (7)$$

para determinar u_* . Con mediciones de temperatura a dos niveles y la segunda de las ecuaciones (4) se completa la información para determinar u_* , θ_* y L y con ello el flujo de calor sensible H .

La observación de \bar{q} en dos niveles permite usar la tercera ecuación en (4) y determinar q_* y con ello el flujo de vapor de agua.

3. LAS FUNCIONES UNIVERSALES.-

La mayor parte de la investigación observacional en micrometeorología durante los últimos 20 años ha estado dirigida a determinar las funciones universales en su forma original o integrada.

Las evidencias observacionales disponibles indican que los coeficientes de intercambio de vapor de agua y calor son iguales, lo que equivale a la igualdad de $g_1(\zeta)$ y $g_2(\zeta)$:

$$\frac{k_h}{k_w} = \frac{g_2(\zeta)}{g_1(\zeta)} = 1$$

y como consecuencia $f_1(\zeta) = f_2(\zeta)$. Por consiguiente sólo se precisa conocer las funciones $f(\zeta)$ y $f_1(\zeta)$ o sus derivadas, cuya razón es $\alpha(\zeta)$.

Para la función $f(\zeta)$ Monin y Yaglom (1971) sugieren:

$$f(\zeta) = \begin{cases} \ln |\zeta| & -0.07 < \zeta < 0 \\ 1.2 \zeta^{-1/3} + 0.25 & \zeta < -0.07 \\ \ln \zeta + 10 \zeta & \zeta > 0 \end{cases}$$

Yamamoto y Shimanuki (1966) presentan tablas para la función $f(15|\zeta|)$ evaluada usando $15|\zeta| = 0.01$ como límite inferior en la integral (5).

Para la función $\alpha(\zeta)$ en condiciones de estabilidad térmica ($Ri > 0$ ó $\zeta > 0$) Ellison (1947) sugiere,

$$\alpha = \frac{\alpha_0 \left(1 - \alpha \frac{Ri}{Ri_{cr}}\right)}{(1 - \alpha Ri)^2}$$

donde α_0 tiene un valor entre 1.1 y 1.4 y Ri_{cr} entre 0.10 y 0.15.

En condiciones inestables ($Ri < 0$) Swinbank (1964) recomienda

$$\alpha(\zeta) = 2.7 |\zeta|^{1/4}$$

Más recientemente Businger (1973) ha propuesto

$$\alpha = 1.35 \frac{(1 - 9\zeta)^{1/2}}{(1 - 15\zeta)^{1/4}} \quad \zeta < 0$$

$$\alpha = \frac{1.0 + 4.7\zeta}{0.74 + 4.7\zeta} \quad \zeta > 0$$

Sin embargo, la dispersión de la información observacional alrededor de la curva $\alpha(\zeta)$ impide un juicio definitivo acerca de su forma.

Las funciones ϕ_m y ϕ_n han sido graficadas y ajustadas por Businger (1973) quien recomienda,

$$\phi_m = \begin{cases} (1 - 15\zeta)^{-1/4} & \zeta < 0 \\ 1 + 4.7\zeta & \zeta > 0 \end{cases}$$

$$\phi_h = \begin{cases} 0.74(1 - 9\zeta)^{-1/2} & \zeta < 0 \\ 0.74 + 4.7\zeta & \zeta > 0 \end{cases}$$

También Yamamoto y Shimanuki (1966) entregan tablas de ϕ_m en función de $15|\zeta|$.

Monin y Yaglom (1971) recomiendan para casos estables

$$\phi_m(\zeta) = 1 + 10\zeta \quad \zeta > 0$$

En situaciones inestables y cuasi neutras se suele usar

$$\phi(Ri) = (1 - 18 Ri)^{-1/4} \quad Ri < 0$$

Diferentes autores han propuesto fórmulas de interpolación válidas para regímenes estables, neutros e inestables. La más usada es

$$\phi^4 - 18\phi^3\zeta = 1 \quad (9)$$

Una variación de esta expresión ha sido propuesta por Yamamoto y Shimanuki (1966).

El valor de la constante de Von Karman ha recibido valores que fluctúan entre 0.35 (Businger, 1971) y 0.43 (Zilitinkevich y Chalikov, 1968).

II PARTE: METODOS DE CALCULO.

4. TECNICA CONVENCIONAL.-

En un primer intento se programó la solución de las ecuaciones (4) usando las relaciones (8) para la función universal $f(\zeta)$ con la intención de usar sus resultados como patrón de referencia para juzgar los de otros métodos. El programa se denominó FLUTUR.

La ecuación que se utiliza para encontrar L corresponde a

$$\alpha \left(\frac{\bar{z}}{L} \right) L \left[f \left(\frac{z_2}{L} \right) - f \left(\frac{z_1}{L} \right) \right] = \frac{\theta_0}{g} \frac{(u_2 - u_1)^2}{\theta_2 - \theta_1}, \quad \bar{z} = \sqrt{z_1 z_2} / \ln \frac{z_2}{z_1}$$

que proviene de sustituir los flujos en la definición de L . La ecuación se resuelve por el método de bisección y entrega además los valores de $\alpha(\zeta)$ y la diferencia

$$\Delta f = f \left(\frac{z_2}{L} \right) - f \left(\frac{z_1}{L} \right)$$

Los flujos turbulentos se calculan por medio de

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau}{\rho_0}} = k \frac{u_2 - u_1}{\Delta f} \quad \theta_* = \frac{\theta_2 - \theta_1}{\Delta f} \alpha \quad q_* = \frac{q_2 - q_1}{\Delta f} \alpha$$

$$H = -\rho_0 c_p u_* \theta_*$$

$$E = -\rho_0 u_* q_*$$

Finalmente se calcula z_0 de la ecuación (7) resolviendo por bisección la relación

$$f \left(\frac{z_0}{L} \right) = f \left(\frac{z_1}{L} \right) - \frac{ku_1}{u_*}$$

5. METODO DE YAMAMOTO Y SHIMANUKI.-

En 1966 Yamamoto y Shimanuki llevaron adelante un intento de mejorar la formulación de una expresión como la ecuación (9) para la función universal ϕ . Considerando que la estratificación térmica afecta al coeficiente de intercambio turbulento de manera opuesta según que el régimen sea estable o inestable y suponiendo una relación lineal entre los efectos de origen mecánico y térmico, dedujeron las fórmulas,

$$\phi^4 - \sigma|\zeta|\phi^3 - 2\phi^2 + 1 = 0 \quad \text{para casos inestables}$$

$$\phi^4 - (\sigma|\zeta|)^{1-2p} \phi^3 - 2\phi^2 + 1 = 0 \quad \text{para casos estables}$$

Usando observaciones de perfiles de viento y temperatura y suponiendo $\alpha=1.44$ se ajustaron valores para σ y p . La introducción del parámetro p permite obtener un ajuste mejor que el correspondiente a la fórmula (9) en condiciones estables. Los autores presentan una tabla con valores de $\phi(\zeta)$ y su forma integrada $f(\zeta)$ definidas en (5). Cabe notar que los valores tabulados contienen la posible influencia de un α variable.

A la tabla de la función $f(\zeta)$ se le ajustó una función spline cúbica cuyos coeficientes fueron incluidos en el programa YASHI que sirve para calcular flujos turbulentos. YASHI sigue el mismo procedimiento de FLUTUR salvo en el cálculo de la función universal donde interpola valores entre los de la Tabla presentada por Yamamoto y Shimanuki.

6. METODO DE KASANSKIY Y MONIN.-

Esta técnica, sugerida en Zilitinkevich y Chalikov (1968), se diferencia en forma radical de los métodos que usan las fórmulas presentadas en los fundamentos. Su objetivo es derivar expresiones que permitan la estimación de flujos turbulentos con un mínimo de mediciones.

Los autores deducen las expresiones de un análisis de similitud que se esquematiza a continuación como ejemplo de esta técnica. Parten suponiendo que z_0 es conocido, sea por consideraciones de geometría de la superficie o mediciones del perfil de viento en condiciones de estabilidad neutra. Puesto que z_0 en un punto dado y estación del año considerada, no cambia, conviene determinarlo de una vez. Por otra parte $\bar{T}(z_0)$ no es constante y puede ser eliminado usando una diferencia de temperaturas. Entonces para determinar u_* y H se requieren sólo dos mediciones y la determinación de z_0 . Una vez conocido z_0 es recomendable usar una velocidad del aire $U = \bar{u}(h)$ medida a una altura h , y una diferencia de temperatura $\delta T = \bar{T}(2h) - \bar{T}(h/2)$, por ejemplo.

En la capa de flujo constante las cantidades U y δT pueden expresarse en función de h , $\frac{g}{T_0}$, u_* , $\frac{H}{c_p \rho_0}$ y z_0 . Por lo tanto u_* , $\frac{H}{c_p \rho_0}$ y L que depende de ellas pueden expresarse en términos de h , $\frac{g}{T_0}$, U , δT y z_0 . Con estas cinco cantidades se pueden formar dos grupos adimensionales.

$$B = \frac{\bar{\alpha} g h}{T} \frac{\delta T}{U^2} \quad \zeta_0 = \frac{z_0}{h}$$

donde $\bar{\alpha}$ es un coeficiente adimensional. Luego, las formas adimensionales de los flujos son sólo funciones de ellos,

$$\frac{u_*}{U} = F_1(B, \zeta_0) \quad \left[\frac{H/\rho_0 c_p}{\bar{\alpha} U \delta T} \right] = F_2(B, \zeta_0) \quad \frac{L}{h} = F_3(B, \zeta_0)$$

donde F_i , $i = 1, 2, 3$ son funciones universales de B y ζ_0 .

Si se conocen las funciones F_i es posible usarlas directamente para determinar u_* , H y L con información de perfiles. Para calcular estas funciones se recurre a información de las funciones universales $f(\zeta)$ y $f_1(\zeta)$, pues así es posible ir mejorando las determinaciones de flujos a medida que el conocimiento de las funciones universales se hace más preciso.

Usando las expresiones para las diferencias verticales:

$$\delta T = T_* \left[f_1 \left(\frac{2h}{L} \right) - f_1 \left(\frac{h}{2L} \right) \right] = T_* \left[f_1 \left(\frac{2}{F_3} \right) - f_1 \left(\frac{1}{2F_3} \right) \right]$$

$$U = \frac{U_*}{k} \left[f \left(\frac{h}{L} \right) - f \left(\frac{z_0}{L} \right) \right] = \frac{U_*}{k} \left[f \left(\frac{1}{F_3} \right) - f \left(\frac{z_0}{F_3} \right) \right]$$

y sustituyendo en la definición de B se tiene

$$B = \frac{\bar{\alpha} g h k^2 T_* \left[f_1 \left(\frac{2}{F_3} \right) - f_1 \left(\frac{1}{2F_3} \right) \right]}{T_0 U_*^2 \left[f \left(\frac{1}{F_3} \right) - f \left(\frac{z_0}{F_3} \right) \right]^2} \quad \text{ó bien}$$

$$B = \frac{\bar{\alpha} \left[f_1 \left(\frac{2}{F_3} \right) - f_1 \left(\frac{1}{2F_3} \right) \right]}{F_3 \left[f \left(\frac{1}{F_3} \right) - f \left(\frac{z_0}{F_3} \right) \right]^2} \quad (10)$$

Además, de las definiciones de F_1 y F_2 se logran

$$F_1 = \frac{k}{f \left(\frac{1}{F_3} \right) - f \left(\frac{z_0}{F_3} \right)} \quad (11)$$

$$F_2 = \frac{k^2}{\bar{\alpha} \left[f \left(\frac{1}{F_3} \right) - f \left(\frac{z_0}{F_3} \right) \right] \left[f_1 \left(\frac{2}{F_3} \right) - f_1 \left(\frac{1}{2F_3} \right) \right]} \quad (12)$$

La ecuación (10) es una expresión implícita que sirve para determinar $F_3(B, z_0)$ conocidos $f(z)$ y $f_1(z)$. Las ecuaciones (11) y (12) determinan $F_1(B, z_0)$ y $F_2(B, z_0)$.

La función F_2 puede usarse para determinar el flujo de vapor, E , agregando la medición de $\delta q = \bar{q}(2h) - \bar{q}(h/2)$ ya que por la similitud de los perfiles de $\bar{T}(z)$ y $\bar{q}(z)$ se tiene:

$$\left[\frac{E/\rho_0}{\bar{\alpha} U \delta q} \right] = \left[\frac{H/\rho_0 c p}{\bar{\alpha} U \delta T} \right] = F_2(B, \zeta_0)$$

El parámetro $\bar{\alpha}$ puede ser interpretado ventajosamente como un valor medio de la función universal $\alpha(\zeta)$ definida por

$$g(\zeta) = \alpha(\zeta) g_1(\zeta)$$

Integrando entre $z = \frac{h}{2}$ y $z = 2h$ se tiene:

$$\int_{\frac{h}{2L}}^{\frac{2h}{L}} g(\eta) d\eta = \int_{\frac{h}{2L}}^{\frac{2h}{L}} \alpha(\eta) g_1(\eta) d\eta = \bar{\alpha} \int_{\frac{h}{2L}}^{\frac{2h}{L}} g_1(\eta) d\eta$$

donde $\bar{\alpha}$ es un valor medio de $\alpha(\eta)$ entre $\eta = \frac{h}{2L}$ y $\eta = \frac{2h}{L}$. Luego en consideración a las expresiones (5) que definen a las funciones universales $f(\zeta)$ y $f_1(\zeta)$:

$$f\left(\frac{2h}{L}\right) - f\left(\frac{h}{2L}\right) = \bar{\alpha} \left[f_1\left(\frac{2h}{L}\right) - f_1\left(\frac{h}{2L}\right) \right]$$

y las relaciones (10) y (11) dan lugar a

$$B = \frac{1}{F_3} \frac{f(2/F_3) - f(1/2F_3)}{\left[f(1/F_3) - f(\zeta_0/F_3) \right]^2} \quad (13)$$

$$F_2 = \frac{k^2}{\left[f(1/F_3) - f(\zeta_0/F_3) \right] \left[f(2/F_3) - f(1/2F_3) \right]} \quad (14)$$

La programación de este método dió origen al archivo MONIN cuya entrada incluye h , z_0 , U , δT y δq . La solución de la ecuación implícita (13) se realiza por el método de bisección.

Como función $\alpha(\zeta)$ se usó

$$\alpha = \begin{cases} 2.7 |\zeta|^{1/4} & \zeta < -0.019 \\ 1.0 & \zeta > -0.019 \end{cases}$$

La expresión para regímenes inestables se debe a Swinbank. Esta elección pretende respetar las preferencias de los autores del método, Monin y Yaglom (1971).

III PARTE: RESULTADOS.

7. COMPARACION DE METODOS.--

Para contrastar los tres métodos de estimación se recurrió a una serie de 28 casos tomados de experimentos australianos realizados en las localidades de Kerang y Hay durante el año 1964 y publicados por Swinbank y Dyer (1968). Los 28 casos se eligieron tratando de cubrir un intervalo de estabildades amplio, con números de Richardson entre -0,434 y 0,098.

De estas expediciones se midieron, entre otras, velocidades a 1, 2 y 4 m diferencias de temperaturas y humedad entre 1 y 4 m, y se determinaron los flujos turbulentos de calor, H , y vapor, E , por medio de instrumentos basados en el registro de correlaciones entre las desviaciones instantáneas de las variables según las ecuaciones (1). También se controlaron los flujos de radiación neta, R_N , y conductivo del subsuelo, G , con los que es posible verificar el balance energético superficial:

$$R_N = H + E + G$$

Todas las observaciones pertinentes se listan en la Tabla 1 ordenadas según el valor del número de Richardson, R_i . Puesto que la diferencia $R_N - G$ debe igualar a la suma $H + E$ son evidentes discrepancias internas que restan firmeza a las observaciones. Los resultados de los tres métodos se resumen en la Tabla 2. Se incluyen valores de z_0 (cuando es calculada) L , u_* , H y E .

En relación a z_0 el método soviético lo usa como valor de entrada y no se estima en el programa. Los valores estimados por los otros métodos cubren un intervalo apreciable. Para Kerang el programa FLUTUR entrega valores próximos a 0.39 cm en condiciones vecinas a la neutralidad. En condiciones estables resultan valores muy pequeños y en condiciones inestables las magnitudes varían con mayor amplitud. En el método japonés los valores aumentan de 0.08 a 0.62 en el dominio casi neutro, con un valor medio de 0.34 cm. En condiciones estables nuevamente resultan valores muy pequeños, pero en casos inestables se obtienen valores más homogéneos que en el método anterior. Según esto un valor adecuado para Kerang sería 0.37 cm.

Para la ubicación en Hay sólo se cuenta con casos muy inestables, debido a una gran inestabilidad térmica. Según los valores de z que aparecen en la Tabla 2, Hay se caracteriza por ser un lugar más áspero que Kerang. FLUTUR entrega valores muy homogéneos que promedian 1.42 cm en tanto que los de YASHI, siendo más variables, entregan 1.14 cm en valor medio.

Usando el caso neutro (# 7) se estimó el valor de z_0 por el método sugerido en Lettau y Davidson (1957) obteniendo 0.45 cm para Kerang.

Resumiendo, la determinación de z_0 por los programas resulta satisfactoria si se usan casos vecinos a la neutralidad. Las condiciones estables entregan valores erróneos y deben evitarse. Aparentemente una mayor rugosidad en el terreno mejora la estabilidad de las estimaciones.

Los valores 0.45 y 1.42 fueron usados en MONIN en todos los cálculos siguientes para las localidades de Kerang y Hay, respectivamente. A fin de establecer la sensibilidad de los resultados del programa a errores en la determinación de z_0 se calcularon los flujos con $z_0 = 0.45$ y 0.37 en igualdad de otros factores. La comparación entregó diferencias de un 10% en L , 2% en u_* , 10% en H y 6% en E aproximadamente. Luego un error de un 25% en z_0 no produce cambios significativos en los flujos.

TABLA I OBSERVACIONES

		Velocidad			Dif. entre 1 y 4 m		Flujos medidos			Ri x 10 ³	E+H mly/min
		1 m	2 m	4 m	Temp. °C	Humed. gr/Kg	H mly/min	E mly/min	R _H -G mly/min		
		cm/seg									
1	K	275	316	366	-0.79	0.49	-6	80	43	98	74
2	K	431	456	516	-0.70	0.35	-16	41	14	54	25
3	K	437	496	556	-0.52	0.39	-60	119	100	35	69
4	K	462	523	584	-0.15	0.20	-51	60	50	10	9
5	K	665	751	834	-0.15	0.24	-63	84	53	5	21
6	K	672	757	844	-0.05	0.44	-40	223	329	2	163
7	K	626	706	780	0.01	0.24	-39	111	164	0	72
8	K	582	654	723	0.02	0.55	-10	214	403	-1	204
9	K	636	717	790	0.04	0.50	-14	490	445	-2	476
10	K	745	839	928	0.16	0.32	13	156	296	-5	169
11	K	803	904	997	0.25	0.35	61	192	402	-7	253
12	K	911	1029	1130	0.53	0.37	43	389	603	-10	532
13	K	844	958	1061	0.62	0.40	162	339	612	-14	501
14	K	636	713	789	0.44	0.52	137	559	580	-18	696
15	K	233	260	282	0.07	0.42	-7	116	144	-28	105
16	K	304	345	383	0.34	0.31	-	105	174	-50	-
17	K	372	414	449	0.42	0.48	63	209	455	-64	292
18	K	336	373	404	0.45	0.50	107	164	398	-91	291
19	K	328	365	394	0.44	0.50	99	203	389	-104	302
20	K	404	449	484	0.89	0.50	202	244	573	-121	446
21	H	401	453	496	1.38	0.86	366	61	498	-141	427
22	K	334	366	394	0.80	0.26	129	378	485	-174	507
23	H	354	399	432	1.31	0.055	518	57	563	-204	575
24	H	327	359	400	1.24	0.054	422	66	530	-224	488
25	H	282	314	338	1.03	0.069	333	13	413	-273	346
26	H	251	291	314	0.83	0.045	160	50	300	-301	210
27	H	397	339	363	1.26	0.088	422	-	535	-354	-
28	H	262	286	309	1.21	0.062	450	104	570	-434	554

K: KERANG

H: HAY

TABLA II RESULTADOS

	U _z cm/seg		H mly/min		E mly/min		L m		Z ₀ cm	
	M	Y	M	Y	M	Y	M	Y	F	V
1	14	5	-30	-4	53	7	22	3	1	-
2	30	12	-69	-18	85	23	44	10	13	-
3	33	16	-64	-26	119	25	66	20	27	0.01
4	36	23	-24	-15	60	50	212	102	140	0.85
5	53	35	-37	-25	146	101	427	209	260	0.44
6	53	41	-13	-11	281	241	334	737	N	0.21
7	50	44	2	3	146	174	163	N	N	0.36
8	46	41	4	5	310	364	342	N	N	0.33
9	51	48	10	14	308	430	339	-1440	N	0.32
10	59	60	46	73	231	360	258	-484	-333	0.36
11	64	66	78	126	272	438	299	-360	-238	0.32
12	73	76	189	320	328	553	362	-219	-147	0.31
13	68	75	61	374	330	597	381	-163	-113	0.39
14	50	56	109	205	319	601	360	-177	-102	0.31
15	18	15	6	11	94	168	95	-110	-71	0.74
16	24	32	64	103	146	232	133	-25	-41	0.48
17	29	33	66	138	243	391	226	-32	-29	0.68
18	26	30	105	139	289	362	247	-19	-24	0.76
19	26	30	129	156	327	394	261	-15	-20	0.34
20	33	36	358	344	500	478	375	-11	-17	0.40
21	41	45	695	675	108	104	79	-11	-17	0.41
22	28	31	385	286	241	335	209	-6	-9	1.34
23	37	40	729	604	505	250	52	-8	-9	0.61
24	34	37	758	535	472	63	58	-6	-12	1.43
25	30	31	589	395	384	51	64	-5	-8	1.64
26	28	21	411	279	271	37	36	-6	-7	1.42
27	33	32	833	522	547	90	95	-5	-7	1.40
28	29	26	928	457	556	58	70	-3	-4	1.21
										1.48
										0.85

N: CASO CON ESTABILIDAD MUY BA
M: MUESTRA CON α VARIABILI, K = 0.43, Z = 0.44
V: VARIABILI Y INHIBICION, α = 1.44
F: FLUIDO CON α VARIABILI, K=0.40

La longitud de Monin-Obukhov, L , expresada en m se incluye en la Tabla 2 de acuerdo a las estimaciones de los tres métodos. La concordancia entre los programas YASHI y FLUTUR es muy buena, pero MONIN genera cifras ostensiblemente mayores (en valor absoluto) salvo en condiciones muy inestables (caso # 17 en adelante). El caso # 1 entrega valores de L menores que la altura del nivel más alto de medición (4 m) indicando que la capa de flujo constante es demasiado delgada para la aplicación de la teoría.

El flujo turbulento de cantidad de movimiento representado por estimaciones de la velocidad de fricción u_* también se incluye en la Tabla 2. La concordancia entre los tres métodos es apreciable. Sólo el método soviético genera valores demasiado altos en condiciones muy estables. Esta característica, que se repetirá en los flujos de calor y vapor, lo hace poco recomendable en tales condiciones. En cambio la estimación por el método japonés, especialmente creado para mejorar las estimaciones en estos casos, concuerda con los valores proporcionados por FLUTUR.

Las estimaciones del flujo de calor sensible, H , presentan en algunos casos fuertes discrepancias. Aparte de los valores demasiado bajos entregados por MONIN en los casos estables, se aprecia algo opuesto en los casos inestables. La Fig. 1 representa las estimaciones de los tres métodos comparados con valores medidos de H . En líneas generales los resultados de FLUTUR y YASHI concuerdan entre sí, pero con magnitudes algo mayores que las medidas. La presencia de discrepancias en los resultados de MONIN en los casos inestables para H y no en u_* sugiere una deficiencia en los valores del coeficiente α .

Las estimaciones para el flujo de calor latente, E , presentan características similares a las de H , pero con una dispersión mayor. La Fig. 2 las compara con el valor medido.

Las rectas de regresión ajustadas para las estimaciones y los coeficientes de correlación fueron los siguientes:

	H			E		
	m	n	r	m	n	r
MONIN	1.708	22.3	.966	.644	87.4	.764
YASHI	1.160	59.9	.940	1.110	45.4	.722
FLUTUT	1.107	31.8	.972	.722	59.3	.796

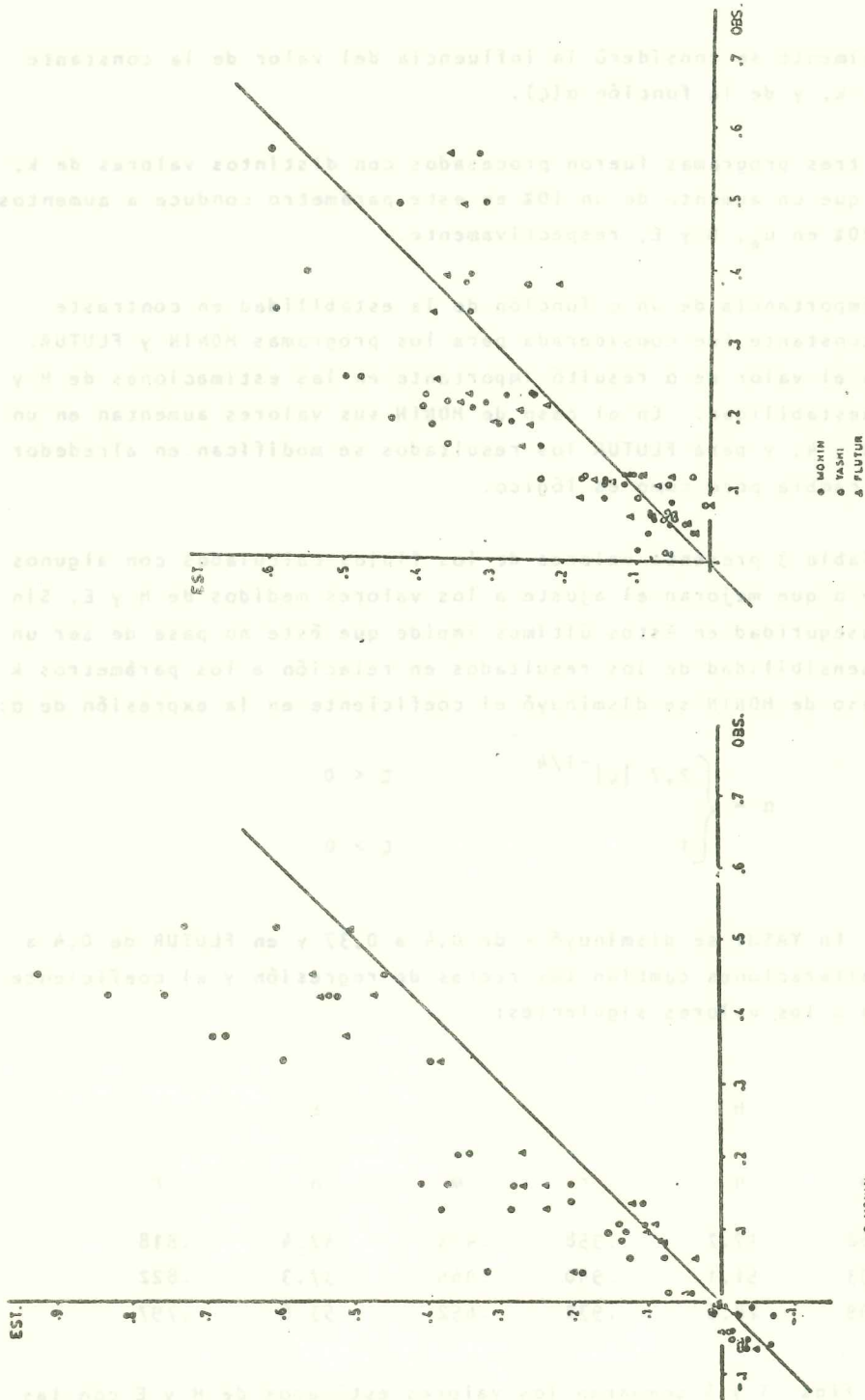


FIG.2 FLUJO CALOR LATENTE [ly/min.]

FIG.1 FLUJO CALOR SENSIBLE. [ly/min.]

donde m es la pendiente de la recta de regresión y n su ordenada en el origen.

Finalmente se consideró la influencia del valor de la constante de Von Karman, k , y de la función $\alpha(\zeta)$.

Los tres programas fueron procesados con distintos valores de k , concluyéndose que un aumento de un 10% en este parámetro conduce a aumentos del 10, 20 y 20% en u_x , H y E , respectivamente.

La importancia de un α función de la estabilidad en contraste con un valor constante, fue considerada para los programas MONIN y FLUTUR. En ambos casos el valor de α resultó importante en las estimaciones de H y E para gran inestabilidad. En el caso de MONIN sus valores aumentan en un factor entre 3 y 4, y para FLUTUR los resultados se modifican en alrededor de un 40%, u_x cambia poco como es lógico.

La Tabla 3 presenta valores de los flujos calculados con algunos cambios en k y α que mejoran el ajuste a los valores medidos de H y E . Sin embargo, la inseguridad en éstos últimos impide que éste no pase de ser un ejercicio de sensibilidad de los resultados en relación a los parámetros k y α . En el caso de MONIN se disminuyó el coeficiente en la expresión de α :

$$\alpha = \begin{cases} 2,7 |\zeta|^{-1/4} & \zeta < 0 \\ 1 & \zeta > 0 \end{cases}$$

de 2,7 a 2,4. En YASHI se disminuyó k de 0,4 a 0,37 y en FLUTUR de 0,4 a 0,38. Estas alteraciones cambian las rectas de regresión y el coeficiente de correlación a los valores siguientes:

	H			E		
	m	n	r	m	n	r
MONIN	.888	17.2	.958	.413	47.4	.818
YASHI	.993	51.1	.940	.965	37.3	.822
FLUTUR	.999	28.6	.972	.652	53.6	.797

Las Figs. 3 y 4 comparan los valores estimados de H y E con las mediciones.

TABLA III FLUJOS CALCULADOS CON PROGRAMAS CORREGIDOS

	U _a cm/seg		H mly/min		E mly/min		OBS.	F	OBS.	H	E mly/min		F	OBS.
	M	Y	M	Y	M	Y					M	Y		
1	16	4	1	-4	0	0	-6	0	-6	35	6	0	80	
2	24	11	12	-16	-16	-16	-16	-16	-16	57	20	20	41	
3	27	15	18	-23	-21	-21	-21	-21	-21	74	22	51	115	
4	30	22	29	-13	-22	-22	-21	-22	-21	53	43	71	60	
5	43	33	43	-24	-35	-35	-63	-35	-63	97	86	138	84	
6	43	36	47	-8	-14	-14	-40	-14	-40	186	206	301	223	
7	41	41	42	1	2	2	-39	2	-39	97	149	147	111	
8	38	35	39	3	4	4	-10	4	-10	205	312	308	214	
9	41	45	42	7	12	10	-14	10	-14	204	368	306	490	
10	48	56	50	31	62	47	13	47	13	153	308	234	156	
11	52	61	53	52	108	79	61	79	61	180	375	272	192	
12	54	70	60	125	274	189	43	189	43	217	473	377	369	
13	55	84	58	136	320	215	162	215	162	218	511	344	335	
14	41	52	42	72	176	111	137	111	137	211	514	325	559	
15	15	17	13	4	10	6	-7	6	-7	62	144	66	116	
16	20	30	23	35	86	53	79	53	79	79	198	120	165	
17	24	31	24	47	116	72	83	72	83	133	334	204	209	
18	21	20	22	54	119	81	107	81	107	150	326	223	184	
19	21	28	23	66	134	93	99	93	99	166	337	236	203	
20	26	33	28	186	294	243	202	243	202	260	409	338	244	
21	33	42	35	350	578	461	366	461	366	54	89	71	61	
22	22	29	25	193	247	210	129	210	129	168	214	188	378	
23	30	37	32	377	516	455	518	455	518	39	54	47	57	
24	27	34	31	391	458	426	422	426	422	42	49	46	66	
25	24	28	26	303	338	347	333	347	333	50	56	58	13	
26	22	26	24	212	239	245	160	245	160	28	32	33	50	
27	26	30	28	428	447	494	422	494	422	74	77	85	77	
28	25	26	25	475	391	501	450	501	450	60	50	64	104	

F: CALCULO CON K=0.38

Y: CALCULO CON K=0.37

H: CALCULO CON B = 2.4 [C]^{-1/4}

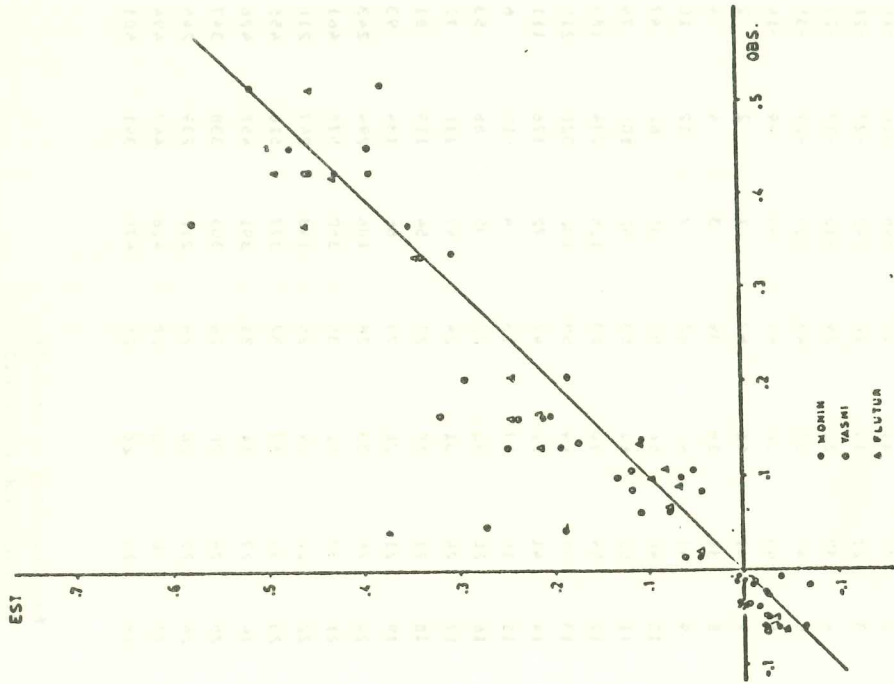


FIG. 3 FLUJO CALOR SENSIBLE [ly/min.]

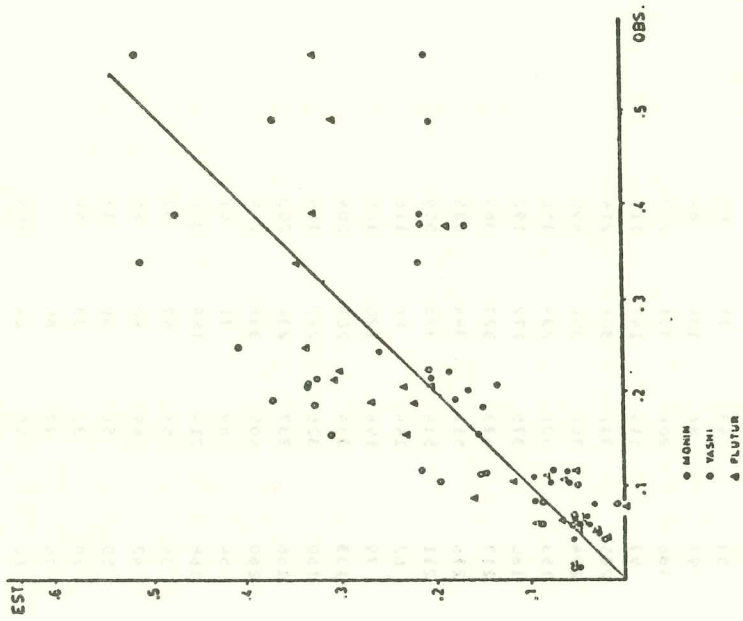


FIG. 4 FLUJO CALOR LATENTE [ly/min.]

8. CONCLUSIONES.

Los resultados obtenidos son algo difíciles de juzgar ya que no se dispone de un patrón sólido para comparar. Los valores medidos de los flujos de calor y vapor de agua tienen inconsistencias con las mediciones radiativas y la estabilidad atmosférica por lo que no se les puede asignar un valor seguro. En este sentido las Figs. 3 y 4 no implican necesariamente un mejoramiento en relación a las Figs. 1 y 2.

Un criterio algo mejor puede ser la comparación interna entre los valores obtenidos por los tres métodos. En particular dado que el método de Yamamoto y Shimanuki tiene implícito el efecto del factor α sus resultados pueden servir para decidir si las formas explícitas usadas en MONIN y FLUTUR son apropiadas. Los resultados incluidos en la Tabla 3 tienden a confirmar la propiedad de las relaciones usadas.

No deja de sorprender que la aplicación directa de las ecuaciones fundamentalmente, usada en FLUTUR, entregue resultados comparables sino mejores que los otros métodos.

Los cálculos de los casos seleccionados muestran que los resultados tienen un grado de incertidumbre modesto en el flujo de cantidad de movimiento, uno aun reducido en el flujo de calor y algo mayor en el flujo de vapor de agua, situación que refleja las dificultades existentes en la medición de perfiles de humedad.

La función universal $\alpha(\zeta)$ resulta determinante en el cálculo de flujos en condiciones muy inestables. En el método de Monin su inclusión afecta los resultados drásticamente y en grado menor cuando se usa la formulación convencional de FLUTUR.

Para condiciones muy estables el método de Monin no debe ser usado, al menos con $\alpha = 1$. En cambio la formulación de Yamamoto y Shimanuki ofrece ventajas.

El valor de la constante de Von Karman no es decisivo si se usan valores entre 0.37 y 0.40 en la estimación de flujos.

La altura de rugosidad del terreno puede ser calculada con buena precisión sin recurrir a casos neutros, cuya obtención es difícil a menos que se disponga de casos con alta velocidad de viento. Sin embargo, debe evitarse usar condiciones estables para tal fin.

Finalmente, la dispersión de los resultados hace aconsejable usar un gran número de casos para calcular flujos turbulentos y promediar sus magnitudes, pues ello les confiere mayor solidez. Resulta arriesgado de terminar los flujos con pocas observaciones.

9. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.-

- BUSH, N.E., 1973. "On the mechanics of the atmospheric turbulence", en Workshop on Micrometeorology, Amer. Meteor. Soc., Boston.
- BUSINGER, J.A., 1973. "Turbulent transfer in the atmospheric surface layer", en Workshop on Micrometeorology, Amer. Meteor. Soc., Boston.
- LETTAU, H. y DAVIDSON, B., 1957. "Exploring the atmosphere's first mile", Vol. 1., Pergamon Press, London, 376 pp.
- MONIN, A.S. y YAGLOM, A.M., 1971. "Statistical fluid mechanics: Mechanics of Turbulence", Vol. 1, The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 769 pp.
- YAMAMOTO, G. y SHIMANUKI, A., 1966. "Turbulent transfer in diabatic conditions", Jour. Meteor. Soc. Japan, Series II, 44, 6, 301-307.
- ZILITINKEVICH, S.S. y CHALIKOV, D.V., 1968. "The use of profile observations to calculate vertical turbulent fluxes in the atmospheric boundary layer", Inv., Atm. and Ocean Phys. 4, 9, 915-929.