

**CALIBRACION DE LA ESTACION SISMOLOGICA UBICADA EN CERRO TOLOLO.**

Alfredo Eisenberg G., Diana Comte S.

RESUMEN

*Este trabajo describe la obtención de la curva de magnificación de la componente vertical de período corto de la estación sismológica ubicada en Cerro Tololo.*

**1. INTRODUCCION.**

El Departamento de Geofísica de la Universidad de Chile, cuenta en su red sismológica con un extenso conjunto de estaciones.

Si bien éstas permiten en la mayoría de los casos encontrar con precisión el instante de llegada de las ondas sísmicas, casi nunca poseen una calibración apropiada para definir la amplitud del movimiento del suelo (curva de calibración).

Las expresiones generales para obtener esta curva de calibración, implican un complicado conjunto de medidas que no siempre es posible efectuar en terreno, ni se aplican a todos los equipos usados.

En el presente trabajo se combinan las medidas susceptibles de efectuar en terreno con aquellas obtenidas por los fabricantes para el sísmómetro.

Si bien ambas adolecen de errores, el resultado final obtenido no tiene un error mayor que el 10%, precisión ésta suficiente para efectuar medidas de desplazamiento del suelo y magnitud de los sismos.

A fin de probar la facilidad de ejecución de este tipo de calibración se procedió entre los días 21 y 22 de Enero de 1978 a calibrar la estación sismológica de período corto que funciona en Cerro Tololo.

Se diseñó un circuito de acoplamiento sismómetro-galvanómetro que entregó una magnificación óptima para el nivel de ruido de la estación.

El método usado creemos es el más adecuado para el sistema instalado en Tololo considerando el tiempo e instrumental que se contaba y la precisión que requiere esta curva de magnificación.

## 2. ANTECEDENTES TEORICOS Y ECUACIONES DE MOVIMIENTO.-

Sea el circuito equivalente del sistema sismómetro-galvanómetro que se desea calibrar el mostrado en la Fig. 1,

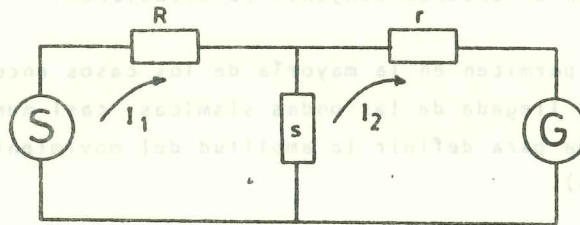


FIG. 1

en que:

- S = sismómetro
- G = galvanómetro
- R =  $R_1 + R_s$

- $R_s$  = resistencia interna sismómetro  
 $R_1$  = resistencia externa en serie con el sismómetro  
 $s$  = resistencia shunt en circuito de acoplamiento  
 $r$  =  $r_g + r_1$   
 $r_g$  = resistencia interna galvanómetro  
 $r_1$  = resistencia externa en serie con el galvanómetro

Las ecuaciones de movimiento del sismómetro y galvanómetro están dadas por:

$$M\ddot{x} + D\dot{x} + Ux = -M\ddot{z} - GI_1 \quad (1)$$

$$k\ddot{\theta} + d\dot{\theta} + u\theta = g I_2 \quad (2)$$

en que,

- $M$  = masa del sismómetro (instrumento de translación vertical)  
 $D$  = constante de amortiguación del sismómetro  
 $U$  = constante restauradora resorte sismómetro  
 $G$  = constante generadora del sismómetro  
 $g$  = constante generadora del galvanómetro  
 $x$  = desplazamiento de la masa del sismómetro  
 $z$  = desplazamiento del suelo  
 $\theta$  = rotación del espejo del galvanómetro  
 $k$  = momento de inercia del galvanómetro  
 $d$  = constante de amortiguación del galvanómetro  
 $u$  = constante de torsión restauradora del alambre del galvanómetro

Transformando las ecuaciones (1) y (2), se llega a,

$$\ddot{x} + 2h_{10} \omega_1 \dot{x} + \omega_1^2 x = -\ddot{z} - \frac{G}{M} I_1 \quad (3)$$

$$\ddot{\theta} + 2h_{20} \omega_2 \dot{\theta} + \omega_2^2 \theta = \frac{g}{k} I_2 \quad (4)$$

en que  $h_{10}$  y  $h_{20}$  corresponde al porcentaje de amortiguamiento con respecto al amortiguamiento crítico del sismómetro y galvanómetro respectivamente, es decir,

$$h_{10} = \frac{D}{2M\omega_1} \quad h_{20} = \frac{d}{2k\omega_2}$$

y  $\omega_1, \omega_2$  corresponde a la frecuencia angular del sismómetro y galvanómetro respectivamente, de modo que

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{U}{H}} \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{u}{k}}$$

Además se tiene de las ecuaciones de corriente en los bucles 1 y 2

$$I_1 = G \frac{r + S}{Q^2} \dot{x} - \frac{S}{Q^2} g \dot{\theta} \quad (5)$$

$$I_2 = \frac{G S}{Q^2} \dot{x} - g \frac{(R + S)}{Q^2} \dot{\theta} \quad (6)$$

con  $Q^2 = Rr + RS + rs$ .

Se pretende encontrar el valor de  $\theta/z$  que representa la deflexión angular del galvanómetro por unidad de desplazamiento del suelo.

Reemplazando las ecuaciones (5) y (6) en las ecuaciones (3) y (4) y tomando transformada de Fourier de las ecuaciones diferenciales, se obtiene,

$$[-\omega^2 + 2i\omega\omega_1 h_1 + \omega_1^2] \hat{x} = \omega^2 \hat{z} + 2i\omega h_1 \omega_1 \sigma_1 \hat{\theta} \quad (7)$$

$$[-\omega^2 + 2i\omega\omega_2 h_2 + \omega_2^2] \hat{\theta} = \frac{i\omega S g G}{k Q^2} \hat{x} \quad (8)$$

en que

$$h_1 = h_{10} + \frac{G^2}{2M\omega_1 z_{11}} = h_{10} + \frac{G^2}{2M\omega_1 \frac{Q^2}{r+s}} = h_{10} + \frac{a_1}{z_{11}}$$

$$h_2 = h_{20} + \frac{g^2}{2k\omega_2 z_{22}} = h_{20} + \frac{g^2}{2k\omega \frac{Q^2}{R+S}} = h_{20} + \frac{a_2}{z_{22}}$$

$$\sigma = \frac{S g G}{Q^2}$$

$$\sigma_1 = \frac{\sigma}{2h_1\omega_1 M}$$

$$a_1 = \frac{G^2}{2M\omega_1}$$

$$a_2 = \frac{g^2}{2k\omega}$$

$$z_{11} = \frac{Q^2}{r + S}$$

$$z_{22} = \frac{Q^2}{R + S}$$

De las ecuaciones (7) y (8), se llega a

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \hat{\theta} \\ \hat{z} \end{bmatrix} &= \frac{i\omega\sigma/k}{[\omega^2 - \omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_1\omega_2/\omega - 4h_1h_2\omega_1\omega_2(1 - \sigma^2) -} \\ &\quad \frac{-i(2h_1\omega\omega_1 + 2h_2\omega\omega_2 - 2h_1\omega_1\omega_2^2/\omega - 2h_2\omega_1^2\omega_2/\omega)]} \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{\theta} \\ \hat{z} \end{bmatrix} = \frac{\sigma}{k} f(\omega, \omega_1, \omega_2, h_1, h_2, \sigma^2)$$

Sea  $y$ , el desplazamiento de la traza del sismograma y  $L$  la distancia del tambor al espejo del galvanómetro, luego

$$y = 2L \theta$$

por lo tanto

$$\begin{aligned} \frac{y}{z} &= \text{Magnificación} = \frac{2L\sigma}{k} f(\omega, \omega_1, \omega_2, h_1, h_2, \sigma^2) \\ &= \alpha f(\omega, \omega_1, \omega_2, h_1, h_2, \sigma^2) \end{aligned}$$

$$\frac{2L\sigma}{k} = \frac{2LGg^2}{kQ^2} = \frac{2LGg}{k} \mu_1$$

en que

$$\mu_1 = \frac{s}{r + s}$$

es fácil demostrar que

$$\sigma^2 = \frac{(h_1 - h_{10})(h_2 - h_{20})}{h_1 h_2} \cdot \frac{-s^2}{s^2 + Q^2}$$

ó bien

$$\sigma^2 = \frac{(h_1 - h_{10})(h_2 - h_{20})}{h_1 h_2} \cdot \frac{z_{22}}{z_{11}} \mu_1^2$$

### 3. METODOLOGIA DE CALCULO Y MEDIDA.-

Sea  $S_2$  la deflexión de la traza del sismograma por unidad de corriente en la bobina del galvanómetro, de modo que

$$S_2 = \frac{y}{i} = \frac{2 L g}{\omega_2^2 k}$$

luego,

$$\frac{2 L \sigma}{k} = \frac{G \mu_1}{z_{11}} \frac{2 L g}{k \omega_2^2}$$

$$\alpha = G \frac{\mu_1}{z_{11}} \omega_2^2 S_2$$

El cálculo de  $S_2$  se realiza introduciendo una corriente conocida al galvanómetro y midiendo luego el desplazamiento de la traza en el sismograma.

$G$  es un dato de fábrica;  $\omega_2$  se mide;  $\mu_1$  y  $z_{11}$  se da para una determinada malla.

Finalmente,

$$\text{Magnificación} = \frac{y}{z} = \alpha \cdot f(\omega, \omega_1, \omega_2, h_1, h_2, \sigma^2)$$

### 4. CALCULO DE LAS CONSTANTES.-

$G$  = constante motora del sismómetro = 221 Volt/m/seg

Cálculo de  $S_2$  (sensibilidad del galvanómetro)

Se usó el siguiente circuito:



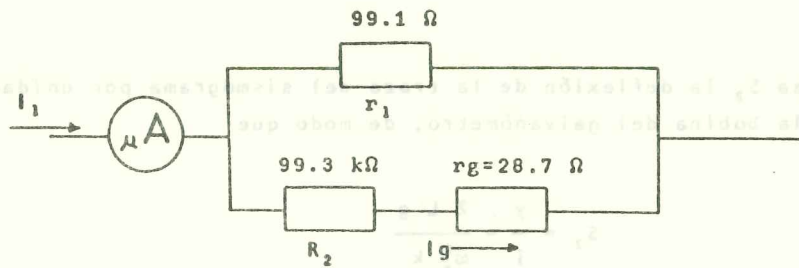


FIG. 2

en que  $I_A$  es la corriente circulando por un microamperímetro digital. La fuente utilizada fue una pila con un sistema de inversión de polaridad, midiendo así 2 veces la amplitud deflectada en la traza del sismograma.

$$I_g = \frac{r_1}{r_1 + R_2 + r_g} I_A$$

resultando

$$S_2 = 2 \text{ y}$$

ó sea

$$S_2 = 2 \times 10^5 \text{ [m/Amp]}$$

$$\omega_2 = \frac{2\pi}{T_2}$$

$$T_{20} = .8 \text{ seg}$$

$$h_{20} = .0186$$

Estos valores se midieron dejando oscilar libremente el galvanómetro, luego de un pulso de corriente.

Usando la expresión:

$$T_2 = T_{20} / \sqrt{1 - h_{20}}$$



se obtiene,

(8)

$$T_2 = .8 \text{ [seg]}, \text{ luego}$$

$$\omega_2 = 7.8553 \text{ [seg}^{-1}\text{]}$$

(9)

$$\omega_2^2 = 61.7 \text{ [seg}^{-2}\text{]}$$

A fin de obtener las resistencias apropiadas en el circuito equivalente del sistema sismómetro - galvanómetro, se procedió a obtener primero las resistencias que debían ver tanto el sismómetro como el galvanómetro y la razón de ganancia entre la corriente en ambos circuitos.

Si tratamos el circuito sismómetro - galvanómetro como un tetrapolo de terminales 1,1 y 2,2 se obtiene la expresión conocida,

(10)

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

con

$$\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} = 1,$$

luego

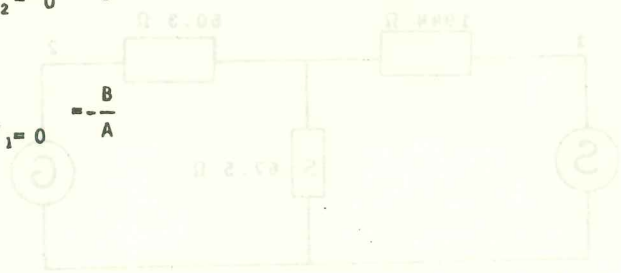
$$z_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{V_2=0} = \frac{1}{D}$$

$$z_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{V_2=0} = \frac{B}{D}$$

$$z_{22} = \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{V_1=0} = \frac{B}{A}$$

de modo que,

$$A = \frac{1}{z_{11}} \frac{z_{11}}{z_{22}}$$



(9)

$$B = \frac{z_{11}}{u_1} \quad (10)$$

$$D = \frac{1}{u_2} \quad (11)$$

$$C = \frac{AD - 1}{B} \quad (12)$$

$$R = \frac{A - 1}{C} - R_s \quad (13)$$

$$s = \frac{1}{C} \quad (14)$$

$$r = \frac{D - 1}{C} - r_g \quad (15)$$

Usando las expresiones 9, 10, 11, 12, 13, 14 y 15 en aproximaciones sucesivas y los valores de resistencias teóricas externas apropiadas para obtener entre 0.7 y crítico y finalmente valores de resistencias existentes en el laboratorio se llegó al siguiente circuito (Fig. 3).

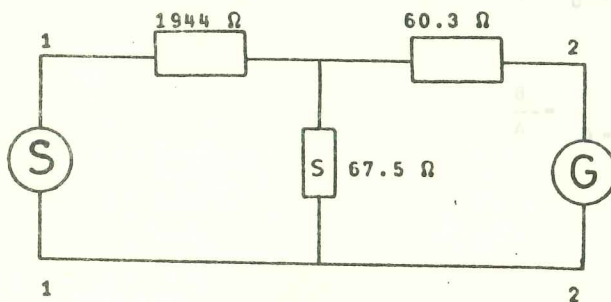


FIG. 3

en que,

$$R_s = 2245 \ \Omega$$

$$r_g = 28.7 \ \Omega$$

$$R = 4189 \ \Omega$$

$$r = 90 \ \Omega$$

$$S = 67.5 \ \Omega$$

$$\frac{\mu_i}{z_{11}} = \frac{S}{Q^2} = 1.014 \times 10^{-6}$$

Finalmente,

$$\alpha = 276.5$$

### 5. CALCULO DE LOS AMORTIGUAMIENTOS Y $\sigma^2$ .-

Se calcularon las resistencias en paralelo al galvanómetro y se midió la constante de amortiguación

$$h_2 = h_{20} + \frac{a_2}{r_{\text{ext}} + r_g}$$

Luego de varias medidas con  $r_{\text{ext}} = 198.2, 99, 25$  y  $273 \ \Omega$  se encontró un valor promedio de  $a_2 = 92 \ \Omega$ .

luego

$$\begin{aligned} h_2 &= h_{20} + \frac{a_2}{z_{22}} \\ &= .0186 + \frac{92}{156.43} \\ &= .606 \end{aligned}$$

Igualmente,

$$h_2 = h_{10} + \frac{a_1}{z_{11}}, \quad a_1 = 2597 \quad \text{y} \quad h_{10} = 0.71$$

luego.  $h_2 = 0.686$ , de modo que  $\sigma^2 = 4.3 \times 10^{-2}$

Finalmente se calculó  $f(\omega, \omega_1, \omega_2, h_1, h_2, \sigma^2)$  en un computador para llegar a la curva de calibración entregada en la Fig. 4.

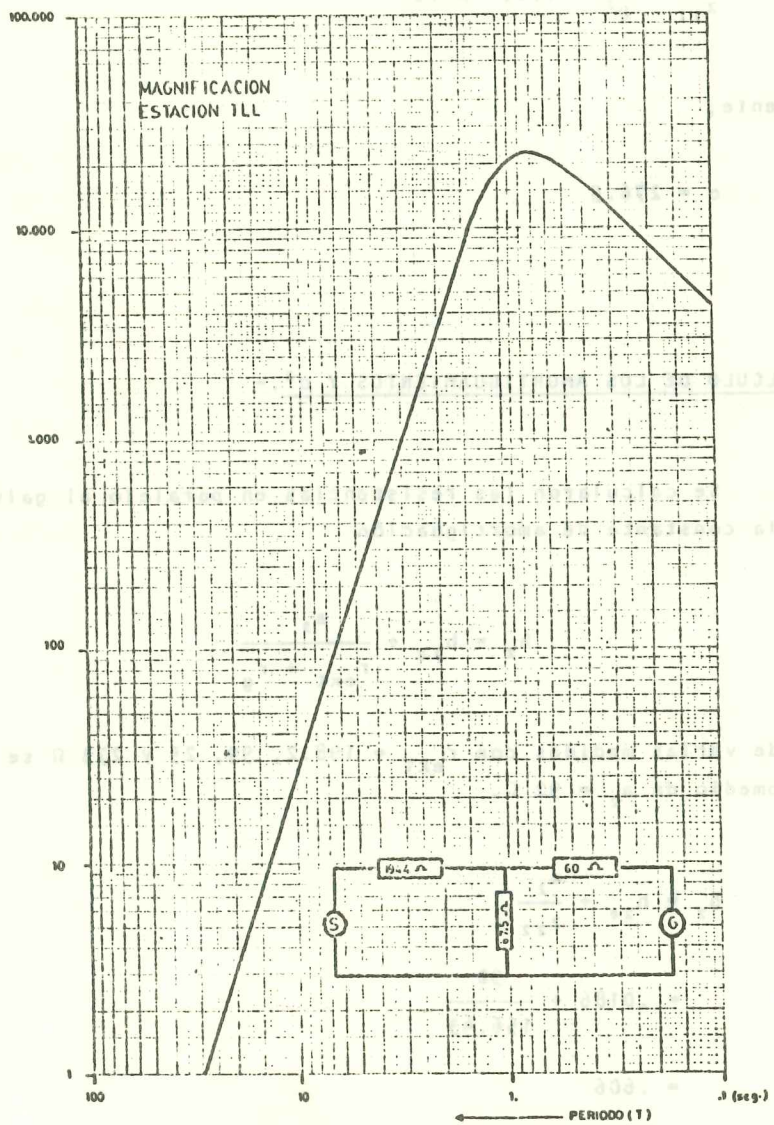


Figura 4