

FORMULAS SIMPLES PARA ESTIMAR LA PRESION DE VAPOR SATURADO DEL AGUA.

Pablo Ulriksen U.

RESUMEN

Se presentan tres fórmulas simples para estimar la presión de vapor saturado del agua a partir de la temperatura, en las cuales se han ajustado los coeficientes para aproximar los valores aceptados internacionalmente en aplicaciones meteorológicas.

1. INTRODUCCION.-

La humedad atmosférica es un parámetro de gran importancia en problemas relacionados con evaporación desde superficies líquidas, evapotranspiración, aire acondicionado, secado de productos vegetales, etc.

La humedad atmosférica puede caracterizarse de diferentes maneras, por ej. a través de la humedad relativa del aire, la temperatura del punto de rocío, razón de mezcla, presión parcial de vapor de agua, humedad absoluta, etc. Para determinar algunas de ellas en función de las otras, suele ser necesario conocer la presión de vapor saturado (e_s) a la temperatura ambiente, que es una función que depende sólo de la temperatura. En algunos métodos usados para estimar evapotranspiración también es necesario conocer la derivada de la función con respecto a la temperatura.

La expresión de $e_s = e_s(T)$ más aceptada es la formulación de Goff-Gratch (List 1958, WMO 1966), expresión compleja que contiene varios términos dependientes de la temperatura o del logaritmo de la temperatura. Esta expresión es algo larga para programarla en calculadoras de bolsillo y consume tiempo apreciable en programas de Computadores.

En esta nota se presentan algunas fórmulas simples que pueden usarse como aproximación a la función $e_s = e_s(T)$ en el rango de temperaturas atmosféricas.

2. RELACIONES FUNDAMENTALES.-

Consideremos un sistema termodinámico cerrado, en equilibrio, formado por una sola componente que se presenta en dos fases (en nuestro caso, agua, presente en forma de líquido y vapor). Este sistema tiene una sola variable independiente, para lo cual puede elegirse la temperatura. Fijada ésta, las otras variables del sistema quedan determinadas.

La relación que se obtiene para la variación de la presión en función de la temperatura es la ecuación de Clausius-Clapeyron:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{\Delta h}{T \Delta v}$$

en que: p es la presión de vapor
 T la temperatura ($^{\circ}K$)
 Δh el calor absorbido o cedido en la transformación (por unidad de masa).
 Δv la diferencia de volumen entre ambas fases (por unidad de masa).

En el caso de vaporización (y también sublimación) se puede suponer que:

$$\Delta v = v_v - v_l \approx v_v$$

puesto que el volumen de la fase gaseosa será en general mucho mayor que el volumen de la fase líquida. Por ej., para el agua en el punto triple ($T = 273,16^\circ\text{K}$).

$$v_v = 206,000 \text{ m}^3/\text{ton}$$

$$v_l = 1,000 \text{ m}^3/\text{ton}$$

En este caso se designa:

$$\Delta h = L_v \text{ calor latente de vaporización (cal/g ó J/Kg)}$$

y se llega a:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{L_v}{T v_v}$$

Se suele suponer que el vapor de agua se comporta como un gas ideal, por lo que

$$p v_v = R_v T \quad ; \quad R_v \text{ cte. específica del vapor de agua.}$$

y luego:

$$\frac{dp}{p} = \frac{L_v}{R_v T^2} dT$$

Si suponemos que L_v es constante y no depende de la temperatura, la expresión anterior se puede integrar:

$$\ln p = - \frac{L_v}{R_v} \frac{1}{T} + \text{cte.} \quad (1)$$

en que el valor de la constante se fija conociendo la presión de vapor a una temperatura dada.

En la Fig. 1 se muestra la variación del logaritmo de e_s con $1/T$, en la cual se puede ajustar una recta.

Si L_v es una función conocida de la temperatura, la expresión anterior puede integrarse en la mayoría de los casos.

La variación más simple de L_v es:

$$L_v = L_{v_0} (1 + \alpha T)$$

en que L_{v_0} y α son constantes.

La integración de la expresión da:

$$\ln p = - \frac{L_{v_0}}{R_v} \frac{1}{T} + \frac{L_{v_0} \alpha}{R_v} \ln T + \text{cte} \quad (2)$$

Para estimaciones más aproximadas a la realidad, no puede suponerse que el vapor de agua se comporta como gas ideal. En ese caso la ecuación de estado es:

$$p v_v = C_v R_v T$$

en que C_v es el factor de compresibilidad del vapor de agua.

C_v es a su vez función de la presión, por lo que la expresión para dp/dT queda implícita en p y debe resolverse en forma numérica.

3. FORMULAS SIMPLES PARA ESTIMAR LA PRESION DE VAPOR SATURADO. - 2

Llamando a la presión de vapor saturado e_s , tenemos que la expresión (1) deducida antes queda dada por:

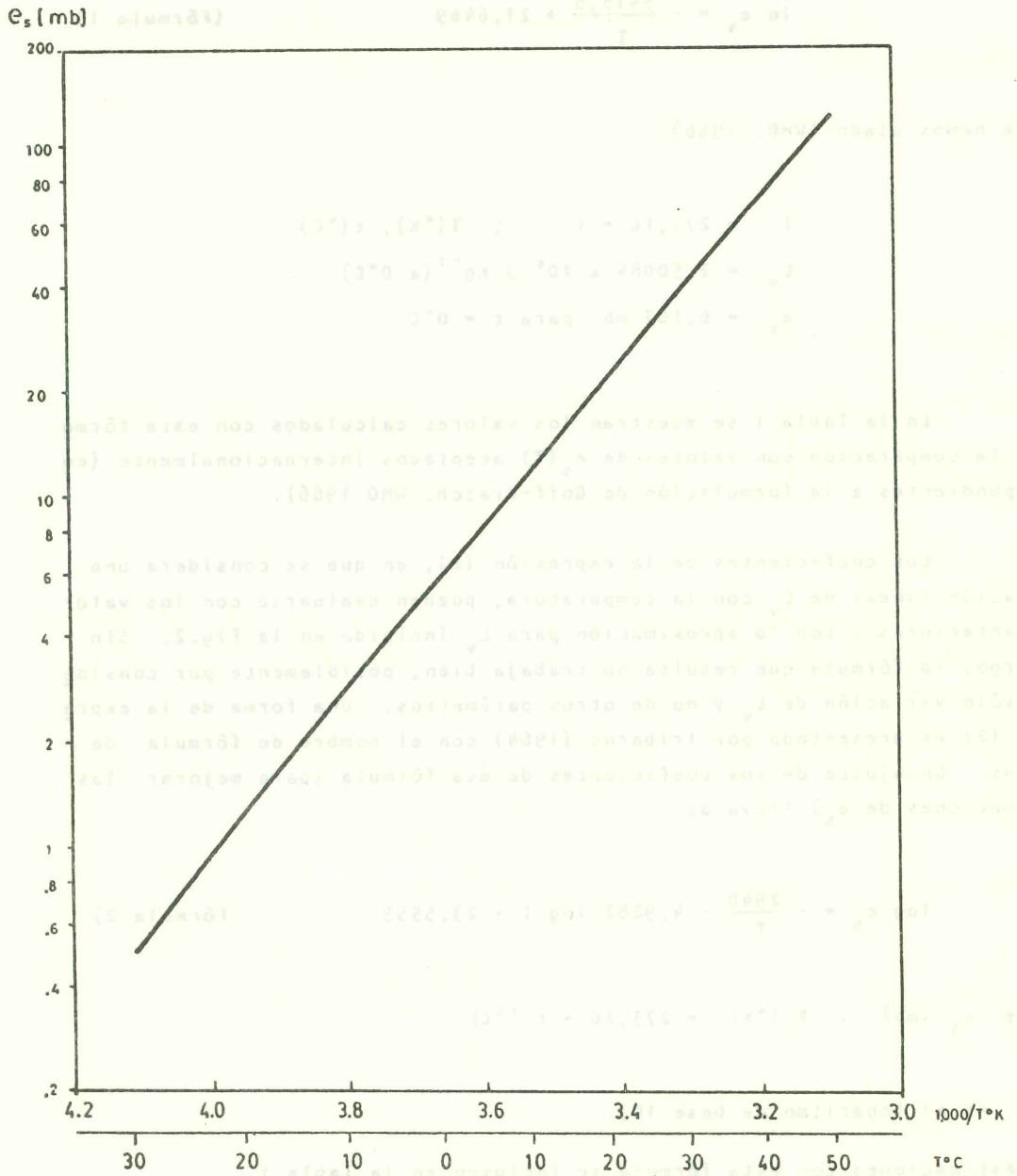


Figura 1 : Variación de la presión de vapor saturado con la temperatura, en la forma $\log e_s$ vs. $1/T$. (Datos tomados de WMO, 1966)

$$\ln e_s = - \frac{5418,8}{T} + 21,6469 \quad (\text{Fórmula 1})$$

donde hemos usado (WMO, 1966)

$$T = 273,16 + t \quad ; \quad T(^{\circ}\text{K}), t(^{\circ}\text{C})$$

$$L_v = 2,50084 \times 10^6 \text{ J Kg}^{-1} \text{ (a } 0^{\circ}\text{C)}$$

$$e_s = 6,107 \text{ mb para } t = 0^{\circ}\text{C}$$

En la Tabla 1 se muestran los valores calculados con esta fórmula y la comparación con valores de $e_s(T)$ aceptados internacionalmente (correspondientes a la formulación de Goff-Gratch, WMO 1966).

Los coeficientes de la expresión (2), en que se considera una variación lineal de L_v con la temperatura, pueden evaluarse con los valores anteriores y con la aproximación para L_v incluida en la Fig.2. Sin embargo, la fórmula que resulta no trabaja bien, posiblemente por considerar sólo variación de L_v y no de otros parámetros. Una forma de la expresión (2) es presentada por Iribarne (1964) con el nombre de fórmula de Magnus. Un ajuste de los coeficientes de esa fórmula (para mejorar las estimaciones de e_s) lleva a:

$$\log e_s = - \frac{2940}{T} - 4,9282 \log T + 23,5559 \quad \text{Fórmula 2)}$$

donde e_s (mb) y $T (^{\circ}\text{K}) = 273,16 + t (^{\circ}\text{C})$

(log es el logaritmo de base 10).

Las estimaciones con esta fórmula se incluyen en la Tabla 1.

Por último, incluimos una fórmula presentada por Lamoreux (1962) que tiene la forma:

$$\ln e_s = - \frac{k}{b+t} + c$$

TABLA 1. COMPARACION DE LAS ESTIMACIONES DE LA PRESION DE VAPOR SATURADO
MEDIANTE FORMULAS SIMPLES.

T°C	e _s (mb)	Fórmula 1		Fórmula 2		Fórmula 3	
		e ₁ (mb)	Error % (*)	e ₂ (mb)	Error %	e ₃ (mb)	Error %
-30	0,5087	0,528	3,7	0,509	0,1	0,504	-0,9
-20	1,2538	1,274	1,6	1,254	0,0	1,249	-0,4
-10	2,8622	2,874	0,4	2,862	0,0	2,859	-0,1
0	6,1070	6,107	0,0	6,107	0,0	6,107	0,0
10	12,271	12,31	0,3	12,274	0,0	12,273	0,0
20	23,371	23,64	1,1	23,38	0,0	23,371	0,0
30	42,427	43,49	2,4	42,45	0,1	42,424	0,0
40	73,773	76,96	4,1	73,81	0,0	73,79	0,0
50	123,39	131,46	6,1	123,40	0,0	123,52	0,1

(*) El error está definido por $\epsilon = \frac{e_1 - e_s}{e_1} \cdot 100$, similarmente para las otras fórmulas.

Los valores de e_s están tomados de International Meteorological Tables (WMO 1966).



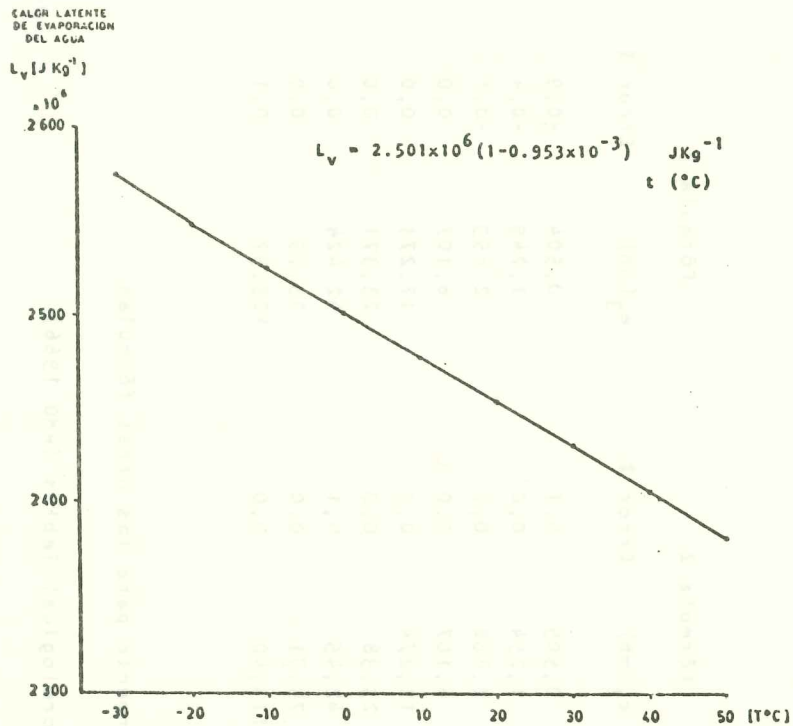


Figura 2 : Variación del calor latente de vaporización del agua (L_v) con la temperatura (datos tomados de WMO, 1966).

en que k , b y c son coeficientes empíricos. El ajuste de esta fórmula a los valores de $e_s(t)$ aceptados da:

$$\ln e_s = - \frac{4157,0}{239,10+t} + 19,1955 \quad (\text{Fórmula 3})$$

en que e_s (mb) y t ($^{\circ}C$)

Las estimaciones con esta fórmula también se incluyen en la Tabla 1. Las fórmulas 2 y 3 se aproximan mejor a los valores aceptados de e_s .

Para estimar la pendiente de la curva (su valor es necesario en algunos métodos de cálculo de evapotranspiración) conviene usar las Fórmulas 2 ó 3, que aproximan en mejor grado la función $e_s(T)$.

La fórmula de Magnus tiene la forma:

$$\ln e_s = -\frac{a}{T} - b \ln T + c$$

y por lo tanto

$$\frac{de_s}{dT} = \left(\frac{a}{T^2} - \frac{b}{T} \right) e_s$$

La diferenciación con respecto a t de la fórmula de Lamoreux lleva a:

$$\frac{de_s}{dt} = \frac{k}{(b+t)^2} e_s$$

Como conclusión de estas comparaciones, podemos sugerir el uso de la fórmula de Lamoreux (con los coeficientes presentados en esta nota) para estimar e_s y de_s/dT , por su simplicidad (comparada con la fórmula de Magnus) y buena aproximación a los valores aceptados de e_s en el rango de temperaturas atmosféricas comprendido entre -10 y 40°C .

4. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.-

IRIBARNE, J.V., 1964. "Termodinámica de la Atmósfera". Eudeba, Buenos Aires.

LAMOREUX, W.W., 1962. "Modern evaporation formulae adapted to computer use". Mon. Wea. Rev., Jan. 1962: 26-28.

LIST, R., 1958. Smithsonian Meteorological Tables.

WMO, 1966. International Meteorological Tables.